

## Pemodelan Inversi Metode Gravitasi Menggunakan *Simulated Annealing*

Yusuf Umar Al Hakim<sup>1,\*</sup>, Yudha Arman<sup>2</sup>, Zulfian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Geofisika, Fakultas MIPA, Universitas Tanjungpura

<sup>2</sup>Program Studi Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Tanjungpura

---

### Info Artikel

#### **Histori Artikel:**

Diajukan: 15 September 2022

Direvisi: 16 Februari 2023

Diterima: 21 Maret 2023

---

#### **Kata kunci:**

Metode Gravitasi

Metode Inversi

*Simulated Annealing*

---

#### **Keywords:**

Gravity Method

Inversion Method

*Simulated Annealing*

---

#### **Penulis Korespondensi:**

Yusuf Umar Al Hakim

Email:

[yusufumar@student.untan.ac.id](mailto:yusufumar@student.untan.ac.id)

---

### ABSTRAK

Metode gravitasi telah terbukti mampu menunjukkan jenis batuan dan mineral di bawah permukaan bumi dengan mengetahui perbedaan nilai densitasnya. Penentuan nilai densitas material ini perlu melibatkan proses inversi untuk mempersingkat waktu perhitungan. Metode inversi *simulated annealing* diterapkan pada data anomali gravitasi untuk menentukan jenis batuan, komponen posisi, dan struktur geologi bawah permukaan. Pada penelitian ini dibuat sebuah model sintetik berupa empat bola homogen. Ruang model berukuran 1000×1000 m dengan interval 200 m dan jumlah data sebanyak 36 titik. Parameter model yang digunakan yaitu posisi koordinat (x, y, z), jari-jari (r), dan densitas (ρ). Model sintetik yang digunakan ditambahkan *noise* sebesar 10% dengan sebaran seragam agar dapat dianggap sebagai data observasi. Hasil dari inversi ini diperoleh bahwa model inversi mendekati model sintetik yang dibuktikan dengan pencocokan kurva antara kurva anomali gravitasi observasi dan kurva anomali gravitasi inversi, serta dibuktikan juga dengan RMSE (*Root Mean Square Error*) sebesar 0,0664.

*The gravity technique has been demonstrated to reveal the sorts of rocks and minerals under the earth's surface by utilizing the difference in density values. To reduce computation time, the density of the material must be determined via an inversion procedure. The simulated annealing inversion method detects rock kinds and position components using gravity anomaly data. In this study, a synthetic model of four homogenous balls is created. The model space is 1000×1000 m in size, with 200 m intervals, and contains 36 data points. The model parameters utilized are the origin coordinates (x, y, z), radius (r), and density (ρ). The synthetic model is added with 10% noise with a uniform distribution, allowing it to be regarded as observational data. The results of this inversion show that the inversion model approaches the synthetic model, as evidenced by matching the curve between the observed gravity anomaly curve and the inversion gravity anomaly curve, as well as an RMSE (Root Mean Square Error) of 0,0664.*

Copyright © 2023 Author(s). All rights reserved

## I. PENDAHULUAN

Metode gravitasi merupakan metode geofisika yang memanfaatkan nilai variasi medan gravitasi bumi yang timbul akibat perbedaan densitas atau kerapatan massa batuan di bawah permukaan dengan batuan lainnya. Batuan yang memiliki kerapatan massa yang besar akan mempengaruhi medan gravitasi di sekitar batuan yang memiliki kerapatan massa yang kecil (Kearey *et al.*, 2002). Metode gravitasi telah banyak dimanfaatkan sebagai riset pendahuluan untuk mengidentifikasi sesar (Kurniawan *et al.*, 2022) (Susilo *et al.*, 2014) dan mengidentifikasi prospek panas bumi (Hoerunisa & Sismanto 2020) (Putri & Harijanja 2021). Riset tersebut mampu menginterpretasi batuan-batuan yang bersangkutan berdasarkan perbedaan nilai densitas batuan dari data anomali gravitasi. Penentuan perbedaan nilai densitas batuan melibatkan proses inversi untuk mencari nilai yang sesuai dengan nilai anomali gravitasi. Selain dapat menentukan nilai densitas batuan, proses inversi juga mampu menentukan komponen posisi secara horizontal (*northing* dan *easting*) dan vertikal (kedalaman) ataupun gabungan keduanya. Proses pemodelan inversi pada dasarnya bertujuan untuk mendapatkan model optimum dengan cara meminimumkan suatu fungsi objektif berdasarkan kesesuaian antara respon model dengan data pengamatan (Grandis, 2009). Data pengamatan ini adalah nilai anomali gravitasi yang telah diukur di lapangan dan respon model adalah nilai dari model matematika yang telah ditentukan.

Metode inversi yang telah digunakan untuk metode gravitasi pada penelitian sebelumnya adalah metode inversi linier *least-square* (Nurwidyanto & Setiawan 2012). Metode inversi *least-square* merupakan inversi dalam pendekatan lokal, dimana metode ini bekerja sangat baik untuk permasalahan matematika yang bersifat linier. Metode ini menghasilkan model yang baik dengan meminimumkan fungsi objektif. Namun, proses meminimumkan fungsi objektif sangat bergantung pada pemilihan model awal serta solusi yang dicari dapat terjebak pada minimum lokal yang belum tentu merupakan solusi optimum. Solusi yang optimum dapat diperoleh dengan model awal yang cukup dekat dengan model yang dicari (Said *et al.*, 2016).

Mengingat bahwa permasalahan matematika pada bidang Geofisika cenderung merupakan permasalahan matematika tidak linier, maka metode inversi dengan pendekatan lokal bukan merupakan pilihan yang tepat. Salah satu metode inversi menggunakan pendekatan global adalah metode inversi *simulated annealing* (Kirkpatrickz *et al.*, 1983).

Metode inversi *simulated annealing* mengadopsi proses pembentukan kristal. Metode ini pernah dilakukan oleh Wilen *et al.* 2013 untuk memodelkan zona patahan berdasarkan anomali *self potensial*. Proses penurunan temperatur merupakan pengontrol terbentuknya kristal yang berasosiasi dengan energi minimum yang ekuivalen dengan fungsi objektif. Penelitian ini menggunakan data sintetik untuk mengetahui nilai densitas batuan dan komponen posisinya. Solusi terbaik akan ditentukan oleh nilai fungsi objektif yang minimum dari perbandingan antara data observasi dan data kalkulasi metode *simulated annealing*. Jenis batuan dan komponen posisi dapat dianalisis berdasarkan solusi terbaik yang dihasilkan (Putra *et al.*, 2019).

## II. METODE

### 2.1 Hukum Gravitasi Newton

Hukum gravitasi pertama kali diperkenalkan oleh Isaac Newton. Newton menyatakan bahwa benda-benda yang bermassa saling tarik-menarik dengan gaya yang berubah-ubah secara langsung dan berbanding terbalik terhadap kuadrat jarak benda-benda tersebut. Hukum tersebut dinyatakan dalam Persamaan (1).

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (1)$$

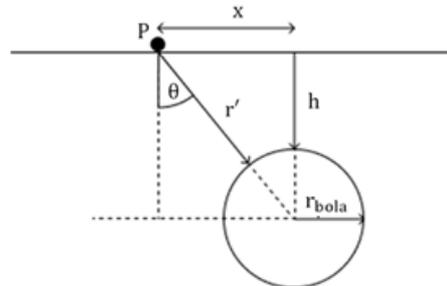
Gaya  $F$  adalah gaya gravitasi dalam satuan  $\text{kg m/s}^2$  atau N untuk Newton,  $m_1$  dan  $m_2$  adalah massa benda satu dan dua dalam kg,  $r$  adalah jarak antar benda dalam meter, dan  $G$  adalah konstanta gravitasi umum yang nilainya adalah  $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ .

Hukum gerak Newton kedua menyatakan sebuah benda dengan massa  $m$  yang mengalami resultan gaya  $F$  akan mengalami percepatan sebesar  $a$  yang arahnya sama dengan arah gayanya. Percepatan  $a$  merupakan percepatan gravitasi yang dapat disimbolkan dengan  $g$  dalam satuan  $\text{m/s}^2$  dan

$r$  adalah jari-jari bumi. Besar percepatan gravitasi selalu sama berapapun besar massa  $m_2$  dengan syarat jari-jari benda  $m_1$  adalah konstan. Secara umum percepatan gravitasi dapat dinyatakan sebagai (Halliday *et al.*, 2010).

$$g = G \frac{m}{r^2} \quad (2)$$

## 2.2 Forward Modelling



**Gambar 1** Model bola homogen

Benda anomali dapat didekati dengan berbagai bentuk geometri. Bentuk yang relatif lebih mudah adalah model bola homogen. Menggunakan Persamaan (2), efek gravitasi pada komponen vertikal suatu bola bermassa  $m$  di kedalaman  $z$  yang berjarak  $r'$  dari titik observasi  $P$  seperti pada Gambar 1 dapat dinyatakan sebagai (Telford *et al.*, 1990):

$$g = G \frac{m}{r^2} \cos \theta \quad (3)$$

Kemudian untuk dapat menentukan posisi dan densitas bola tersebut maka Persamaan (3) dapat mengubah  $m$ ,  $r$  dan  $\cos \theta$  sehingga menjadi

$$g = \frac{4}{3} \frac{G \rho \pi r_{bola}^3 z}{(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4)$$

Fungsi *forward modelling* yang digunakan untuk melakukan proses inversi dari Persamaan (4) adalah:

$$g(x_0, y_0, z_0, \rho, r_{bola}) = \frac{4}{3} \frac{G \rho \pi r_{bola}^3 z}{((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

$x$  dan  $y$  adalah koordinat titik pengukuran,  $x_0, y_0$ , dan  $z_0$  adalah posisi bola dalam koordinat kartesian,  $\rho$  adalah densitas bola dan  $r_{bola}$  adalah jari-jari bola.

## 2.3 Simulated Annealing

Metode *simulated annealing* merujuk kepada proses termodinamika untuk pembentukan kristal. Temperatur  $T$  yang tinggi membuat suatu materi berbentuk cair, kemudian proses penurunan temperatur secara bertahap menyebabkan terciptanya kristal yang berasosiasi dengan energi sistem yang minimum.

Proses *simulated annealing* harus mendefinisikan ruang model secara *a priori* dalam interval nilai minimum dan maksimum dari parameter model. Pemilihan parameter model dapat dilakukan secara acak dari rentang nilai minimum sampai maksimum masing-masing parameter. Setiap parameter model dapat memiliki nilai minimum dan maksimum yang berbeda-beda. Pemilihan dapat dilakukan dengan memilih bilangan acak  $R$  dengan sebaran seragam antara 0 sampai 1 yang akan membangkitkan nilai parameter model menggunakan persamaan:

$$m_i = m_i^{\min} + R(m_i^{\max} - m_i^{\min}) \quad (6)$$

Proses pemilihan solusi dalam *simulated annealing* dilakukan dengan meminimumkan fungsi objektif. Energi sistem merupakan fungsi objektif yang harus diminimumkan seiring dengan penurunan dari temperatur sistem. Perlu diperhatikan bahwa pada metode ini temperatur bukanlah suatu besaran fisis, melainkan adalah pengontrol probabilitas penerimaan solusi model, *misfit* merupakan selisih fungsi objektif dengan parameter model baru dan fungsi objektif dengan parameter model lama. *Misfit* dan probabilitas solusi model dinyatakan oleh:

$$\Delta E = E(m_{n+1}) - E(m_n) \quad (7)$$

$$P(\Delta E) = e^{-\frac{\Delta E}{T}} \quad (8)$$

Selama iterasi, perturbasi model menghasilkan perubahan nilai *misfit*. Apabila kondisi  $\Delta E \leq 0$ , perturbasi model menghasilkan nilai *misfit* yang lebih kecil dari proses iterasi sebelumnya, artinya perturbasi model menghasilkan model yang lebih baik atau sama dengan model sebelumnya dan *misfit* sudah mulai menuju nilai minimum. Model ini akan diterima serta iterasi dilanjutkan dengan menggunakan model hasil perturbasi. Namun apabila  $\Delta E > 0$ , perturbasi model menghasilkan *misfit* yang lebih besar dari proses iterasi sebelumnya, perturbasi model akan diterima dengan probabilitas sesuai dengan Persamaan (8) yang dikenal sebagai *Metropolis criterion* (Sen & Stoffa 2013).

Mekanisme penerimaan model dilakukan dengan membangkitkan suatu bilangan acak  $R$  berdistribusi seragam dengan interval 0 sampai 1. Jika  $R \leq P(\Delta E)$  maka perturbasi diterima, sebaliknya jika  $R > P(\Delta E)$  maka perturbasi ditolak dan dikembalikan ke model sebelum dilakukan perturbasi. Fungsi objektif  $E(m)$  menggunakan RMSE (*Root Mean Square Error*). Kriteria pemberhentian proses *simulated annealing* adalah dengan memenuhi syarat *error*  $\varepsilon_0$  yang telah ditentukan.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_i^N (g_i^{cal} - g_i^{obs})^2}{N}} \quad (9)$$

Dimana  $g_i^{cal}$  merupakan nilai anomali gravitasi hasil inversi,  $g_i^{obs}$  merupakan nilai anomali gravitasi observasi dan  $N$  merupakan banyaknya titik pengukuran data.

Penurunan temperatur  $T$  harus terjadi secara perlahan dan setiap nilai  $T$  berubah, dilakukan perturbasi model dengan jumlah yang cukup banyak maka fungsi objektif akan konvergen menuju minimum global. Mekanisme penurunan temperatur tidak dapat dilakukan terlalu cepat atau dilakukan terlalu lama. Penurunan temperatur dinyatakan dalam Persamaan (10) (Yang *et al.*, 2018).

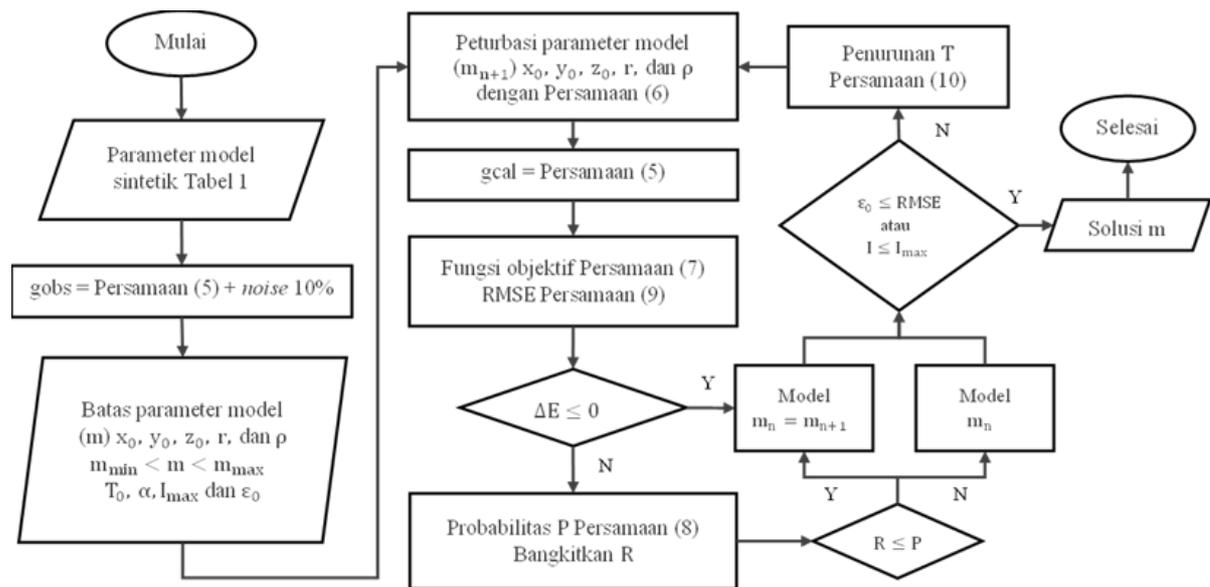
$$T_n = \alpha T_{n-1} \quad (10)$$

Temperatur  $T$  bukan merupakan besaran fisis yang menyatakan suhu suatu benda melainkan sebagai pengontrol probabilitas  $P(\Delta E)$  penerimaan suatu model inversi. Temperatur awal  $T_0$  dinyatakan dengan nilai yang cukup besar, kemudian baru akan turun secara perlahan oleh faktor penurunan temperatur  $\alpha$ . Nilai  $\alpha$  harus dipilih kurang dari 1 namun tidak negatif, biasanya dari 0,9 sampai 0,99 (Grandis, 2009).

## 2.4 Tahap Penelitian

Data sintetik menggunakan model bola homogen berjumlah empat bola dengan posisi, jari-jari dan densitas yang bervariasi seperti pada Tabel 1. Ukuran ruang model adalah 1000×1000 m dengan interval 200 m dan jumlah titik pengambilan data sebanyak 36 titik. Data sintetik diberi *noise* dengan sebaran seragam sebesar 10%, tujuan penambahan *noise* agar data observasi yang dihasilkan lebih realistis. Data dengan tambahan *noise* dijadikan sebagai data observasi dan diinversi dengan metode *simulated annealing*. Data observasi tersebut juga telah dianggap sudah melalui proses koreksi-koreksi pada pengolahan data metode gravitasi.

Proses meminimumkan fungsi objektif dilakukan dengan mengasumsikan temperatur awal  $T_0$  sebesar 80. Faktor penurunan temperatur  $\alpha$  sebesar 0,9 dan kriteria pemberhentian iterasi adalah  $\varepsilon_0$  sebesar 0,05 atau sejumlah iterasi  $I_{max}$  yang telah ditentukan sebanyak 1500 iterasi.



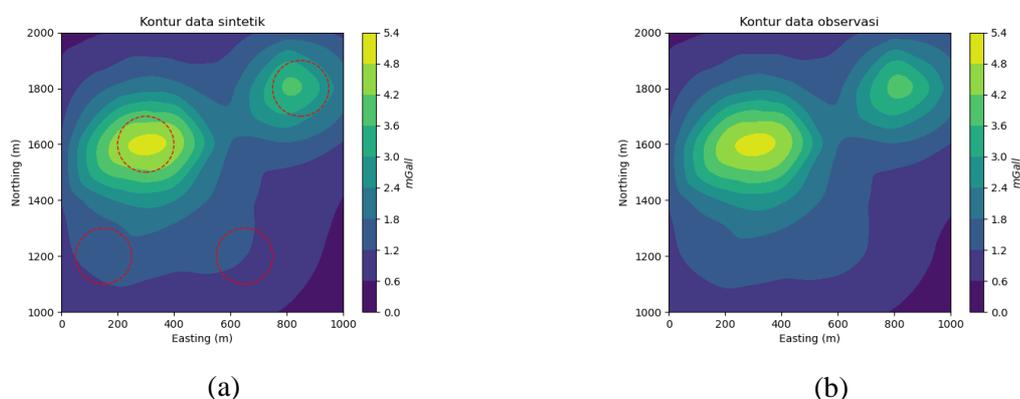
**Gambar 2** Diagram alir *simulated annealing*

Agar fitness antara anomali gravitasi observasi dengan anomali gravitasi sintetis menjadi lebih baik, maka diasumsikan bahwa batas maksimum dan minimum komponen posisi  $x_0, y_0, z_0$ , dan  $r$  adalah  $\pm 10$  m dan batas densitas  $\rho$  adalah  $\pm 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Diagram alir inversi dapat dilihat pada Gambar 2. Pemilihan jenis batuan atau mineral dilakukan dengan mengambil batuan yang nilai densitasnya tidak beraturan, bertujuan agar dapat mempermudah interpretasi batuan pada hasil inversi. Jenis batuan atau mineral tersebut diambil dari tabel densitas batuan dan mineral Telford *et al.*, 1990.

**Tabel 1** Parameter model sintetis

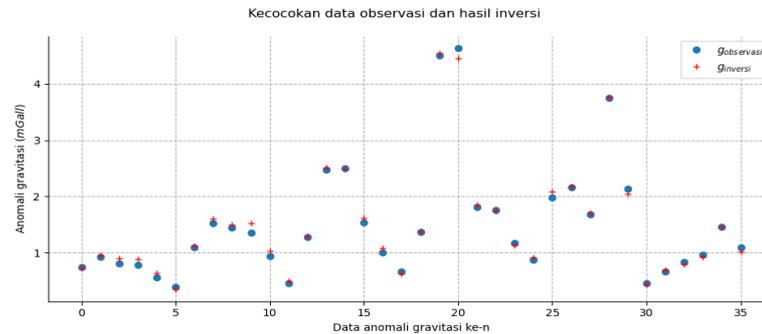
$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)	$r$ (m)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$h$ ( $ z_0 - r $ )	Jenis batuan dan mineral
150	1200	350	100	4000	250	<i>Sphalerite</i>
300	1600	200	100	8200	100	<i>Cinnabar</i>
650	1200	300	100	2300	200	<i>Graphite</i>
850	1800	200	100	5220	100	<i>Franklinite</i>

### III. HASIL DAN DISKUSI

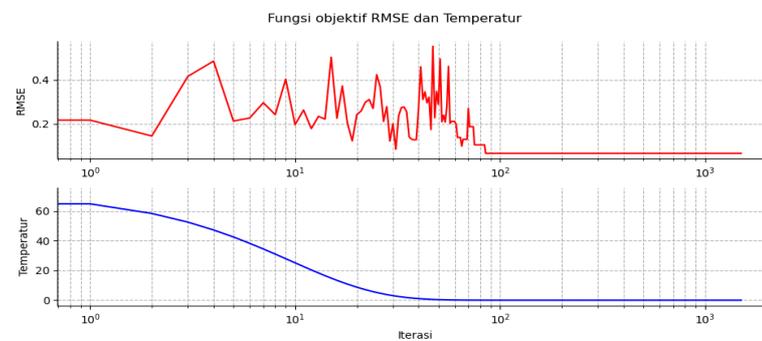


**Gambar 3** (a) Kontur anomali gravitasi sintetis dan (b) kontur anomali gravitasi observasi

Geometri bola digambarkan dengan garis putus-putus berwarna merah yang diperlihatkan pada Gambar 3a. Posisi bola sama seperti posisi bola dalam Grandis, 2009. Gambar 3b memperlihatkan kontur anomali gravitasi observasi dihasilkan dari data sintetik yang ditambahkan *noise*, nilai tersebut diasumsikan seolah-olah merupakan nilai anomali gravitasi yang diambil di permukaan Bumi.



(a)



(b)

**Gambar 4** (a) Perbandingan anomali gravitasi observasi dengan anomali gravitasi hasil inversi (b) perubahan fungsi objektif dan penurunan temperatur

Seperti yang diperlihatkan pada Gambar 4b, perubahan nilai fungsi objektif sangat fluktuatif terutama pada saat temperatur masih sangat tinggi-tingginya. Ketika temperatur sudah mulai menurun, nilai fungsi objektif juga cenderung ikut menurun meskipun masih fluktuatif hingga nilainya berhenti berubah sampai iterasi selesai. Inversi metode *simulated annealing* memakan waktu yang relatif lama, karena lambatnya proses penurunan temperatur. Penurunan temperatur tidak boleh terlalu cepat ataupun terlalu lambat. Temperatur awal dan faktor temperatur yang digunakan harus ditentukan dengan hati-hati. Meskipun begitu, metode ini memiliki kemungkinan rendah untuk terjebak pada minimum lokal.

**Tabel 2** Perbandingan tebakan awal, model sintetik dan hasil inversi setiap bola

Parameter model	Tebakan awal	Model sintetik & hasil inversi							
		Bola 1		Bola 2		Bola 3		Bola 4	
		Sintetik	Inversi	Sintetik	Inversi	Sintetik	Inversi	Sintetik	Inversi
$x_0$ (m)	0	150	152,63	300	295,51	650	645,19	850	849,76
$y_0$ (m)	0	1200	1196,91	1600	1604,16	1200	1209,25	1800	1802,11
$z_0$ (m)	0	350	353,91	200	209,61	300	302,38	200	194,67
$r$ (m)	0	100	101,45	100	104,15	100	104,71	100	101,12
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0	4000	3956,11	8200	7612,27	2300	2680,91	5220	4878,03
RMSE									0,066402894

Tabel 2 menunjukkan nilai perbandingan tebakan awal, hasil inversi, model sintetik dari parameter keempat bola. Terlihat bahwa model inversi sangat dekat dengan model sintetik meskipun tebakan awalnya jauh dari model sintetik. Penetapan tebakan model awal pada simulasi ini yaitu nol, namun hasil yang diperoleh cukup baik dengan RMSE sebesar 0,066402894 dan dibuktikan dengan kecocokan grafik hasil observasi dan hasil inversi pada Gambar 4a. Penentuan model awal tidak terlalu berpengaruh secara signifikan terhadap hasil inversi, karena parameter model akan dibangkitkan kembali melalui proses perturbasi. Hal yang perlu diperhatikan dari proses perturbasi adalah batas minimum dan maksimum parameter model.

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa inversi metode gravitasi menggunakan *simulated annealing* pada kasus model bola homogen berhasil dilakukan untuk menentukan jenis batuan dan komponen posisinya. Hasil inversi cukup baik yang dibuktikan dengan RMSE sebesar 0,066402894.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Grandis, H. (2009), *Pengantar Pemodelan Inversi Geofisika*, Himpunan Ahli Geofisika Indonesia (HAGI), Jakarta.
- Halliday, D., Robert, R., Walker, J. and Sustini, E. (2010), *Fisika Dasar Edisi 7 Jilid 1*, 7th ed., Erlangga, Jakarta.
- Hoerunisa, A.- and Sismanto, S. (2020), "Interpretasi Anomali Data Gravitasi Daerah Panas Bumi 'K51S' Berdasarkan Pemodelan 3D", *Jurnal Fisika Indonesia*, Vol. 24 No. 3, pp. 136–140.
- Kearey, P., Brooks, M. and Hill, I. (2002), *An Introduction to Geophysical Exploration*, 3rd ed., Blackwell Science Ltd, Amerika.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. (1983), "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol. 220 No. 4598, pp. 671–680.
- Kurniawan, H.C., Widyasandy, D., Luthfin, A., Nugraha, A.K. and Jatmika, A.B. (2022), "Identifikasi Kemenerusan Sesar dan Potensi Reservoir Air Panas Cagar dengan Menggunakan Metode Gravitasi", *Karst : Jurnal Pendidikan Fisika Dan Terapannya*, Vol. 5 No. 1, pp. 21–27.
- Nurwidyanto, M.I. and Setiawan, A. (2012), "Inversi Linier Leastsquare Dengan Matlab ( Studi Kasus Model Gravitasi Bola Berlapis)", *Berkala Fisika*, Vol. 14 No. 3, pp. 93–100.
- Putra, A.S., Sukono, Srigutomo, W., Hidayat, Y. and Lesmana, E. (2019), "A Comparative Study of Simulated Annealing and Genetic Algorithm Method in Bayesian Framework to the 2D-Gravity Data Inversion", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1204, pp. 1–12.
- Putri, D.A.B. and Harianja, A.K. (2021), "Identifikasi Prospek Panas Bumi Radiogenik Daerah Permis", *Jurnal Geofisika Eksplorasi*, Vol. 07 No. 01, pp. 52–70.
- Said, U., Heriyanto, M. and Srigutomo, W. (2016), "Perbandingan Inversi Least-Square dengan Lavenberg-Marquardt pada Metode Geomagnet untuk Model Crustal Block", *Prosiding Seminar Kontribusi Fisika*, pp. 433–440.
- Sen, M.K. and Stoffa, P.L. (2013), *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge.
- Susilo, I.F., Susilo, A. and Sulastomo, G. (2014), "Identifikasi Sesar di Daerah Pongkor Bogor Jawa Barat Dengan Menggunakan Metode Gayaberat", *Physics Student Journal*, Department of Physics - Faculty of Science, Vol. 2 No. 1, pp. 21–25.
- Telford, W.M., Geldart, L.P. and Sheriff, R.E. (1990), *Applied Geophysics Second Edition*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge.
- Wilan, Arman, Y. and Putra, S. (2013), "Pemodelan Zona Patahan Berdasarkan Anomali Self Potential (SP) Menggunakan Metode Simulated Annealing", *Prisma Fisika*, Vol. 1 No. 3, pp. 103–109.
- Yang, J., Jekeli, C. and Liu, L. (2018), "Seafloor Topography Estimation From Gravity Gradients Using Simulated Annealing", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol. 123 No. 8, pp. 6958–6975.