

Solusi Numerik Hamburan Gelombang Mikro TM^Z oleh Silinder Dielektrik dengan *Method of Moment*

Helmi Fauziah*, Agung Tjahjo Nugroho, Bowo Eko Cahyono
Program Studi Fisika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

Info Artikel

Histori Artikel:

Diajukan: 30 Juli 2021
Direvisi: 22 November 2021
Diterima: 25 November 2021

Kata kunci:

hamburan gelombang mikro
metode MoM
pulses basis function
silinder dielektrik
volume EFIE

Keywords:

microwave scattering
MoM
pulses basis function
dielectric cylinder
volume EFIE

Penulis Korespondensi:

Helmi Fauziah
Email: helmifauziahx@gmail.com

ABSTRAK

Solusi numerik hamburan gelombang mikro TM^Z oleh silinder dielektrik dapat dicari dengan menggunakan *Method of Moment* (MoM), dimana silinder akan dibagi menjadi beberapa sel. Persamaan medan datang dapat dicari dengan *Volume EFIE (Electric Field Integral Equation)* dan rapat arus permukaan dapat dicari dengan *pulses basis function*. Sehingga akan mendapatkan besar medan total (*magnitude*), fase dan galat relatifnya. Hasil dari solusi numerik akurat apabila jumlah sel yang digunakan semakin banyak. Pengaruh frekuensi yang semakin besar terhadap *magnitude* adalah membuat *magnitude* memiliki banyak bukit. Pengaruh frekuensi terhadap fase yang membesar adalah membuat grafik fase semakin lebih rapat.

Numerical solution of TM^Z microwave scattering by a dielectric cylinder can be investigated using the MoM (Method of Moment), dielectric cylinder will be divided into several cells. The incident field equation can be formulated with the EFIE volume whereas the surface current density can be found with the pulses basis function. So that will get the total field magnitude, phase and relative error. The result of a numerical solution is accurate if the number of cells used is increased. The effect of increasing frequency on the magnitude is that the magnitude has many hills. The effect of increasing frequency on the phase is to make the phase graph more dense.

Copyright © 2020 Author(s). All rights reserved

I. PENDAHULUAN

Gelombang mikro termasuk gelombang elektromagnetik yaitu gelombang yang merambat tidak memerlukan medium. Gelombang mikro mempunyai panjang gelombang $10^{-4}m - 10^{-2}m$ dan rentang frekuensi antara $10^{10}Hz - 10^{12}Hz$ (Tim Phi Wiki, 2018). Gelombang mikro banyak dimanfaatkan dalam berbagai bidang, seperti : (1) bidang industri yaitu produksi bioetanol, dimana membutuhkan radiasi gelombang elektromagnetik untuk proses pretreatment degradasi lignin jerami padi (Dehani, dkk., 2013) dan microwave oven untuk memasak makanan, (2) bidang kesehatan yaitu pendeteksian kanker payudara dengan menganalisa hamburan gelombang mikro pada payudara (Kuwahara, 2017), dll.

Penelitian tentang hamburan gelombang mikro telah banyak dilakukan yaitu oleh Huang, dkk., (2017) tentang solusi dari hamburan gelombang mikro oleh dielektrik dengan menggunakan simulasi Monte Carlo dengan metode Foldy – Lax. Selanjutnya penelitian oleh Liao, dkk., (2019) tentang hamburan gelombang elektromagnetik oleh dielektrik dengan menggunakan metode GPR (*Ground Penetrating Radar*) dimana menggunakan gelombang radio dalam penelitiannya. Lalu, Saynak dan Kizilay (2019) tentang hamburan gelombang mikro oleh dielektrik dengan metode dekomposisi. Kelemahan penelitian sebelumnya yaitu apabila melakukan banyak pengambilan data dalam satu kali komputasi maka akan membutuhkan waktu yang lama sehingga kurang efisien dan hasilnya juga kurang akurat. Oleh karena itu, peneliti meneliti hamburan gelombang mikro dengan mode TM^z oleh silinder dielektrik dengan MoM. Mode TM^z merupakan mode dimana medan magnet (B_z) bernilai nol sedangkan medan listrik (E_z) tidak bernilai nol, sehingga hasil dari penelitian ini merupakan medan listrik. Peneliti menggunakan metode MoM (*Method of Moment*) yang menggunakan volume EFIE (*Electric Field Integral equation*), dimana silinder dielektrik akan dibagi menjadi beberapa sel atau bagian yang bentuknya mendekati lingkaran serta menggunakan pulse basis *function* untuk mendapatkan rapat arus permukaan, dimana ini digunakan untuk mendapatkan medan listrik datang dan terhambur oleh silinder dielektrik. Besaran yang dicari dalam penelitian ini yaitu besar medan listrik total (*magnitude*), fase dan galat relatif.

Metode MoM memiliki kelebihan yaitu metode ini menggunakan fungsi Green sehingga syarat batas radiasi di ruang terbuka terpenuhi secara otomatis (Alaydrus, 2011). Jika geometri yang diamati searah dengan gelombang yang digunakan, maka metode MoM dapat bekerja dengan cepat dan memberikan hasil yang akurat, oleh karena itu metode MoM cocok digunakan untuk menyelesaikan masalah hamburan gelombang mikro oleh silinder dielektrik.

II. METODE

Solusi numerik hamburan gelombang mikro TM^z oleh silinder dielektrik dicari dengan menyelesaikan persamaan medan listrik total. Gelombang mikro datang dan menumbuk silinder dielektrik akan menggerakkan rapat arus permukaan (J) yang berada di permukaan silinder, sehingga akan menyebabkan terjadinya hamburan. Medan listrik terhambur dapat dicari dengan menggunakan fungsi gelombang Helmholtz dan fungsi Green (Harrington, 1992), maka didapatkan persamaan berikut

$$E_z^{scat}(\rho_m) = \frac{k\eta}{4} \iint J_z(x, y) H_0^{(2)}(kR) dx dy \quad (1)$$

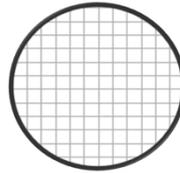
x dan y pada persamaan (2) menunjukkan titik yang ditinjau. η merupakan impedansi intrinsik pada ruang vakum yang besarnya yaitu 377Ω (Harrington 1992). $H_0^{(2)}$ merupakan fungsi Hankel jenis ke 2 orde 0. k adalah bilangan gelombang.

Selanjutnya mencari persamaan medan listrik datang dengan *Volume EFIE* sebagai berikut (persamaan (2) dikutip dari Peterson, dkk., 1960).

$$E_z^{inc}(x, y) = \frac{J_z}{j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)} + j\omega\mu_0 \iint J_z(x, y) \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR) dx dy \quad (2)$$

J_z pada persamaan (2) merupakan rapat arus permukaan yang belum diketahui. J_z akan dicari dengan menggunakan metode MoM.

Hal pertama yang dilakukan dalam metode MoM yaitu membagi penampang melintang silinder menjadi beberapa sel seperti Gambar 1. Ukuran dari setiap sel sama besar yaitu 1 mm. Kemudian, menentukan titik tinjauan x dan y pada penampang melintang silinder. Persamaan rapat arus permukaan yang belum diketahui dicari dengan *pulse basis function*, sebagai berikut.



Gambar 1 Kontur permukaan silinder dibagi ke dalam beberapa sel

$$J_z(x, y) = \sum_{n=1}^N j_n P_n(x, y) \quad (3)$$

Maka persamaan medan datang (2) sebagai berikut

$$E_z^{inc}(x, y) \cong \sum_{n=1}^N j_n \left(\frac{\eta P_n(x, y)}{jk(\epsilon_r - 1)} + jk\eta \iint \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR) dx dy \right) \quad (4)$$

Persamaan (4) apabila diterapkan untuk semua sel, maka akan membentuk matriks $N \times N$, sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} E_z^{inc}(x_1, y_1) \\ \vdots \\ E_z^{inc}(x_N, y_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ \vdots \\ j_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

$[E_z^{inc}]$ adalah matriks medan datang, $[Z]$ yaitu matriks impedansi listrik dan $[j]$ adalah rapat arus permukaan, yang dicari dengan matriks invers yaitu

$$[j] = [Z]^{-1} [E_z^{inc}(x, y)] \quad (6)$$

Matriks impedansinya yaitu

$$Z_{mn} = \frac{k\eta}{4} \iint H_0^{(2)}(kR_m) dx dy \quad m \neq n \quad (7)$$

$$Z_{mm} = \frac{\eta}{jk4(\epsilon_r - 1)} + \frac{k\eta}{4} \iint H_0^{(2)}(kR_m) dx dy \quad m = n \quad (8)$$

$$m = n = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$R_m = \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_m - y)^2} \quad (9)$$

ϵ_r pada persamaan (4.14) merupakan konstanta dielektrik. R_m adalah jarak filamen arus ke titik observasi.

Hasil dari persamaan (6) dimasukkan ke persamaan (1) sehingga akan didapatkan persamaan medan listrik terhambur yang teraproksimasi. Langkah selanjutnya mencari persamaan medan listrik total dan terakhir membandingkan solusi numerik dan solusi analitik. Perbandingan dari solusi numerik terhadap solusi analitik merupakan galat relatifnya. Hasil yang didapatkan berupa grafik medan total dan fase terhadap posisi antena, serta galat relatif dari medan total.

III. HASIL DAN DISKUSI

3.1 Solusi Numerik (MoM) Hamburan Gelombang Mikro Oleh Silinder Dielektrik

Integral permukaan persamaan Hankel yang ada pada persamaan medan datang dapat diselesaikan secara analitik yaitu dengan menggunakan deret untuk geometri berbentuk lingkaran, sehingga

$$\int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{\rho'=0}^a H_0^{(2)}(kR) \rho' d\rho' d\phi' = \begin{cases} \frac{2\pi a}{k} J_0(k\rho) H_1^{(2)}(ka) - \frac{j4}{k^2} & [\rho < a] \\ \frac{2\pi a}{k} J_1(ka) H_0^{(2)}(k\rho) & [\rho > a] \end{cases} \quad (10)$$

Dimana (ρ, ϕ) merupakan koordinat silinder, a adalah jari – jari silinder, J_0 dan J_1 adalah fungsi Bessel orde 0 dan 1, $H_0^{(2)}$ adalah fungsi Hankel jenis 2 orde 0 dan $H_1^{(2)}$ adalah fungsi Hankel jenis 2 orde 1. Maka matriks impedansinya menjadi seperti berikut.

$$Z_{mn} = \frac{\eta\pi a_n}{2} J_1(ka_n) H_0^{(2)}(kR_{mn}) \quad m \neq n \quad (11)$$

$$Z_{mm} = \frac{\eta\pi a_m}{2} H_1^{(2)}(ka_m) - \frac{j\eta\epsilon_r}{k(\epsilon_r - 1)} \quad m = n \quad (12)$$

$$R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2} \quad (13)$$

Persamaan (11) digunakan untuk titik observasi yang terletak di jarak R_{mn} , dimana nilai R_{mn} harus lebih besar dari a . Persamaan (12) digunakan ketika titik observasi terletak di pusat lingkaran. Sedangkan untuk elemen matriks $E_z^{inc}(x, y)$ diperoleh dari persamaan berikut (persamaan (14) diambil dari Harrington, 1992)

$$E_z^{inc}(x, y) = e^{-jk(x_m \cos \phi_i + y_m \cos \phi_i)} \quad (14)$$

(x_m, y_m) adalah koordinat titik tengah sel ke m dan ϕ_i adalah sudut gelombang datang.

Aproksimasi persamaan medan listrik terhambur yaitu

$$E_z^{scat} = \frac{k\eta}{4} \begin{cases} \left(\frac{2\pi a}{k} J_0(k\rho) H_1^{(2)}(ka) - \frac{j4}{k^2} \right) \sum_{n=1}^N j_n & [\rho < a] \\ \frac{2\pi a}{k} J_1(ka) H_0^{(2)}(k\rho) \sum_{n=1}^N j_n & [\rho > a] \end{cases} \quad (15)$$

Sehingga medan listrik total adalah medan listrik datang ditambah medan listrik terhambur, yaitu

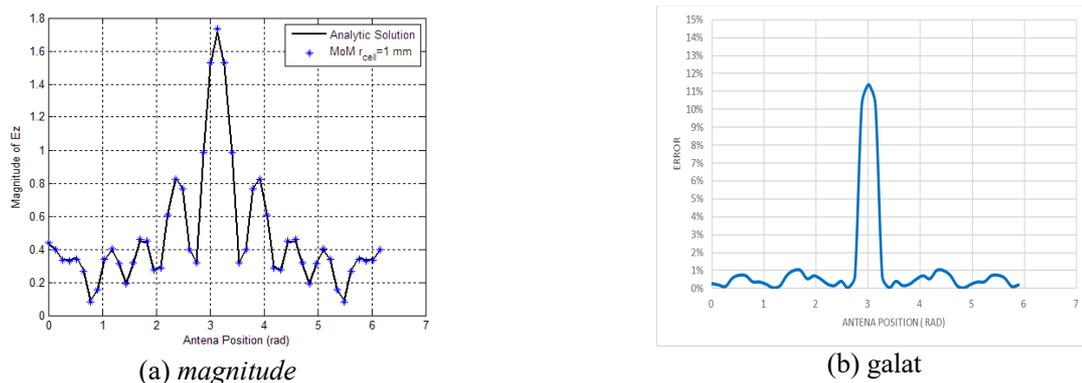
$$E_z = e^{-jk(x_m \cos \phi_i + y_m \cos \phi_i)} + \frac{k\eta}{4} \begin{cases} \left(\frac{2\pi a}{k} J_0(k\rho) H_1^{(2)}(ka) - \frac{j4}{k^2} \right) \sum_{n=1}^N j_n & [\rho < a] \\ \frac{2\pi a}{k} J_1(ka) H_0^{(2)}(k\rho) \sum_{n=1}^N j_n & [\rho > a] \end{cases} \quad (16)$$

Persamaan (8) akan dibandingkan dengan persamaan medan listrik total dari solusi analitik, dimana persamaannya sebagai berikut (persamaan (9) dikutip dari Peterson, dkk., 1960).

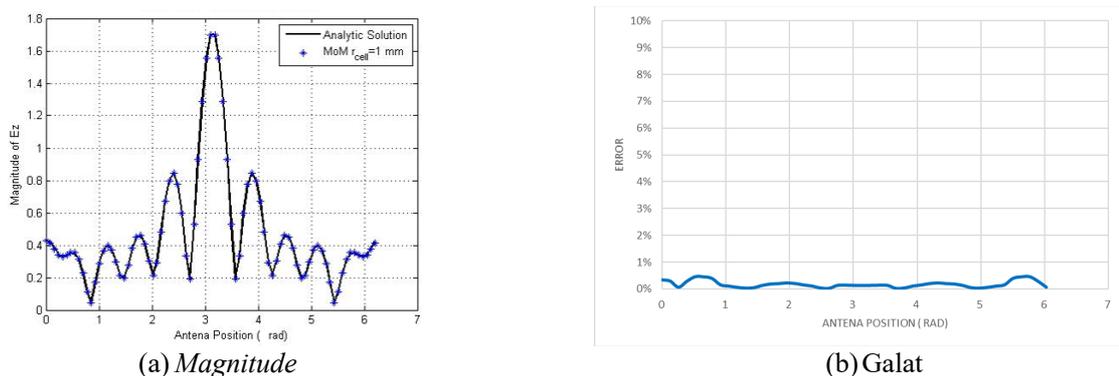
$$E_z(\rho, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} [J_n(k\rho) e^{-jn\theta} + \alpha_n H_n^{(2)}(k\rho)] e^{jn\phi} \quad (17)$$

3.2 Perbandingan Solusi Numerik (MoM) terhadap Solusi Analitik

Perbandingan solusi analitik dan numerik dilakukan dengan membandingkan nilai medan total dari solusi analitik dan solusi numerik. Gambar 2a menunjukkan perbandingan nilai medan total dengan menggunakan solusi analitik dan numerik. Pada gambar tersebut, solusi numerik ditunjukkan oleh titik biru putus – putus dan solusi analitik ditunjukkan oleh garis hitam. Berdasarkan gambar tersebut terlihat bahwa solusi numerik berhimpitan dengan solusi analitik, yang artinya solusi numerik mendekati solusi analitik. Namun terdapat titik – titik solusi numerik yang sedikit melenceng dari solusi analitik, dimana galat relatifnya dapat dilihat pada Gambar 2b. Pada Gambar 2b terlihat bahwa galat relatif solusi numerik terhadap solusi analitik mencapai 11%. Berdasarkan grafik galat relatif tersebut, diketahui bahwa pada silinder dielektrik yang berjari - jari 0,05m, frekuensi 4,5 GHz dan jumlah sel 41×41 akan memiliki keakuratan 89% ke atas untuk semua titik observasi. Pada penelitian ini menggunakan Matlab versi 2013 dimana memiliki keterbatasan dalam hal pengambilan data, oleh karena itu hanya dapat menggunakan jumlah sel 41×41 . Namun apabila kita menggunakan Matlab versi 2015, maka dapat mengambil data dengan jumlah sel 81×81 dan memiliki galat relatif sebesar 2% dan memiliki keakuratan 98% (Gambar 3). Hal ini terjadi karena Matlab memiliki batasan pengambilan data yang dapat dilakukan dan apabila jumlah sel terlalu banyak, maka perlu perangkat komputer yang memiliki memori besar serta perlu waktu yang lumayan lama. Keakuratan solusi numerik dipengaruhi oleh banyaknya jumlah sel yang digunakan. Semakin banyak jumlah sel, maka bentuk sel pada metode MoM akan sangat mendekati bentuk silinder aslinya, sehingga semakin akurat solusi numerik.



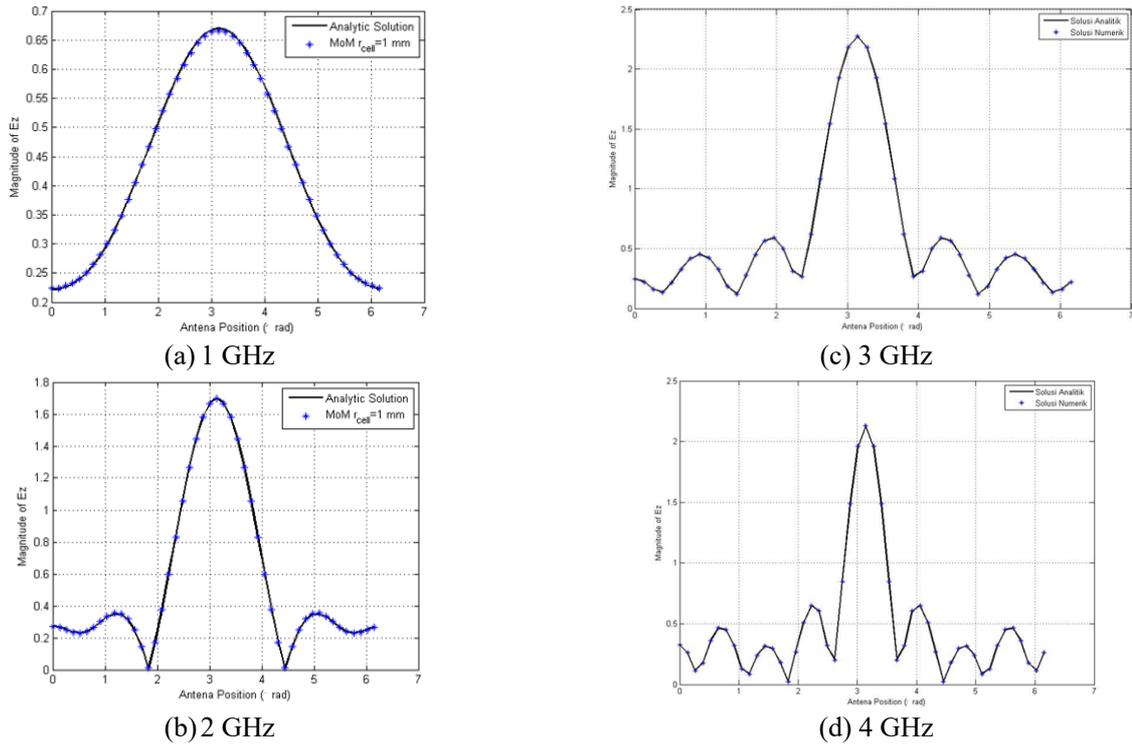
Gambar 2 Perbandingan solusi numerik dan analitik pada silinder dielektrik jari - jari 0,05m, frekuensi 4,5 GHz dan jumlah sel 41×41



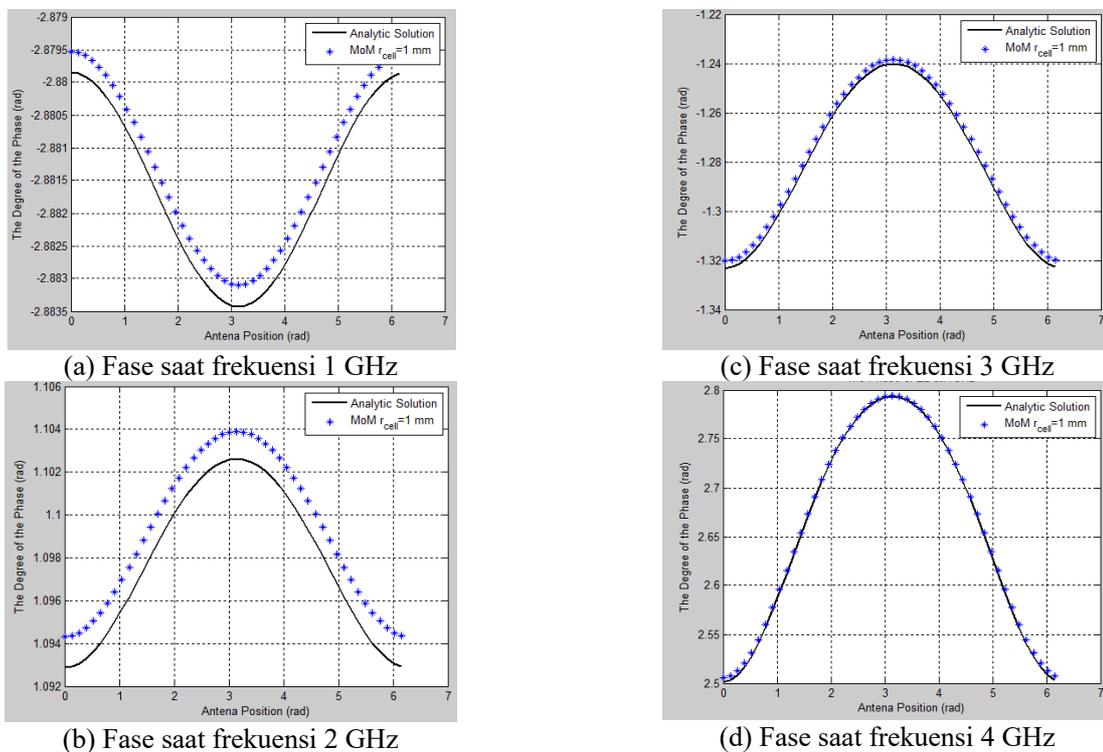
Gambar 3 Perbandingan solusi numerik dan analitik pada silinder dielektrik jari - jari 0,05m, frekuensi 4,5 GHz dan jumlah sel 81×81

3.3 Pengaruh Frekuensi terhadap *Magnitude* dan Fase

Pengaruh frekuensi terhadap *magnitude* dapat dilihat pada Gambar 3. Pada Gambar 3 terlihat bahwa sumbu x menunjukkan posisi antenna dalam satuan radian dan sumbu y menunjukkan besar medan listrik totalnya (*magnitude*). Gambar 3 menunjukkan bahwa *magnitude* terbesar pada saat di posisi antenna antara 3 dan 4 radian, tepatnya 3,14 radian atau π dalam derajat.



Gambar 3 Grafik magnitude pada silinder dielektrik berjari – jari 0,05 m dan jumlah sel 41×41



Gambar 4 Grafik fase pada silinder dielektrik dengan jari – jari 0,01m dan jumlah sel 41×41

Menurut Bourlier, dkk., (2013), nilai medan total terbesar pada posisi tertentu dikarenakan sebagian besar medan listrik ditransmisikan ke silinder pada posisi tertentu. Oleh karena itu, pada saat posisi antenna π , nilai medan total begitu besar karena sebagian besar medan listrik ditransmisikan ke

permukaan silinder. Pengaruh frekuensi terhadap *magnitude* yaitu semakin besar frekuensi maka bukit yang terbentuk akan semakin banyak.

Gambar 4 menunjukkan pengaruh frekuensi terhadap fase. 4 grafik fase tersebut memiliki kurva berbentuk parabola. Pada 4 grafik fase tersebut, terlihat bahwa semakin besar frekuensi yang digunakan grafik fasenya semakin rapat, sehingga pengaruh frekuensi terhadap fase adalah membuat grafik fase semakin rapat. Pada Gambar 4a dan b terlihat bahwa solusi numerik sangat jauh dari solusi analitik ini dikarenakan terjadi resonansi di dalam sel (Nugroho, 2017). Menurut Nugroho (2017), ukuran sel harus lebih kecil dari panjang gelombang karena apabila nilainya hampir mendekati, maka akan terjadi resonansi. Nugroho (2017), merekomendasikan ukuran sel mendekati $0,05\lambda$. Sehingga apabila kita ubah frekuensinya, maka panjang gelombang selnya mengecil, sehingga solusi numeriknya akan mendekati solusi analitik.

IV. KESIMPULAN

Kesimpulan dari penelitian solusi numerik hamburan gelombang mikro oleh silinder dielektrik adalah solusi numerik akan akurat apabila jumlah sel yang digunakan semakin banyak, karena semakin banyak jumlah selnya, maka susunan selnya semakin mendekati geometri aslinya. Pengaruh frekuensi yang semakin besar terhadap *magnitude* adalah membuat *magnitude* memiliki banyak bukit. Pengaruh frekuensi terhadap fase yang membesar adalah membuat grafik fase semakin lebih rapat.

DAFTAR PUSTAKA

- Alaydrus, M., 2011. *Antena Prinsip dan Aplikasi*. Yogyakarta, Graha Ilmu,
- Bourlier, C., Pinel, N., and Kubické, G., 2013. *Method of Moments for 2D Scattering Problems*. London, ISTE,
- Dehani, F.R., Argo, B.D., and Yulianingsih, R., 2013. 'Utilization of Microwave Irradiation to Maximize Pretreatment Process of Lignin Levels Reduction of Paddy Straw (on the production of bioethanol)'. *Jurnal Bioproses Komoditas Tropis*, vol. 1, no. 1, pp. 13–20,
- Harrington, R.F., 1992. *Field Computation By Moment Methods*. New York, IEEE Press,
- Huang, H., Tsang, L., and Njoku, E.N.I.G., 2017. 'Propagation and Scattering by a Layer of Randomly Distributed Dielectric Cylinders Using Monte Carlo Simulations of 3D Maxwell Equations With Applications in Microwave Interactions With Vegetation'. *IEEE Access*, vol. 5, pp. 11985–12003,
- Kuwahara, Y., 2017. 'Microwave Imaging for Early Breast Cancer Detection'. *INTECH*,
- Liao, X., Hong, T., Yang, M., and Liu, D., 2019. 'Electromagnetic Scattering of an Eccentric Dielectric Cylinder Excited by Plane Wave'. *Journal of Applied Science and Engineering*, vol. 22, no. 2, pp. 249–258,
- Nugroho, A.T., 2017. 'Direct Scattering Problem for Microwave Tomography'. In: *Proceeding The 1 IBSC: Towards The Extended Use of Basic Science for Enhancing Health, Environment, Energy and Biotechnology*. 158–161,
- Peterson, A.F., Ray, S.L., and Mittra, R., 1960. *Computational Methods for Electromagnetics*. New York, IEEE Press,
- Saynak, U. and Kizilay, A., 2019. 'Scattering from a dielectric cylinder partially buried in a dielectric half space with a periodic height profile by a decomposition method'. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 0, no. 0, pp. 1–13,
- Tim Phi Wiki, 2018. *Fisika Dasar II*. Bandung, HI Corp,