

Perhitungan Matriks P_{ij} dan Distribusi Fluks Neutron pada Sel Bahan Bakar Nuklir U-235 dan U-238 Berbentuk *Slab* Menggunakan MOC

Jakaria Usman*, Mohammad Ali Shafii

Jurusan Fisika FMIPA Universitas Andalas
Kampus Unand, Limau Manis, Padang, 25163
*arseneholmes4869@gmail.com

ABSTRAK

Telah dilakukan perhitungan matriks P_{ij} serta distribusi fluks neutron di dalam geometri *slab* pada sel bahan bakar nuklir U-235 dan U-238 dalam kondisi homogen dan tidak homogen. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh nilai fluks skalar dan nilai P_{ij} yang menggunakan *Method of Characteristic* (MOC). Besarnya fluks neutron dan nilai P_{ij} bergantung pada penampang lintang bahan bakar nuklir, lebar *region*, jumlah *region* dan parameter input lainnya. Hasil penelitian ini secara umum telah sesuai dengan teori yaitu nilai P_{ij} total pada beberapa *region* bernilai ≈ 1 . Nilai P_{ij} dan distribusi fluks neutron pada keadaan homogen lebih baik dan seragam dibandingkan pada keadaan tidak homogen, hal ini terlihat dari bentuk distribusi fluks pada *slab* sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Karriem (2012)

Kata kunci: Matriks P_{ij} , fluks neutron, *Method of Characteristic*(MOC), homogen, tidak homogen

ABSTRACT

A study to calculate the P_{ij} matrix and neutron flux distribution in the slab geometry in the nuclear fuel cell U-235 and U-238 with homogeneous and inhomogeneous has been carried out. The goal of the study is to obtain scalar flux and P_{ij} matrix using *Method of Characteristic* (MOC). The neutron flux and P_{ij} matrix depend on the cross section of nuclear fuel, width of the region, number of regions, and other input parameters. The results is in general in accordance with the theory. The total P_{ij} matrix in the some regions is $P_{ij} \approx 1$. The distribution of neutron flux and P_{ij} matrix is better than those of inhomogeneous condition, it can be seen from the shape of the flux distribution in the slab has in agreement with the Karriem (2012)

Keywords: P_{ij} matrix, neutron flux, *Method of Characteristic* (MOC), homogeneous, non homogeneous

I. PENDAHULUAN

Persoalan utama dalam reaktor nuklir adalah menentukan distribusi fluks neutron dalam reaktor sebagai fungsi waktu, posisi dan kecepatan, karena distribusi neutron akan menentukan laju dari sejumlah reaksi nuklir yang terjadi di dalam reaktor. Solusi numerik dari persamaan transpor neutron harus mampu menjelaskan perilaku neutron di dalam reaktor maju secara akurat (Shafii, 2012). Metode–metode numerik yang tengah dikembangkan untuk menyelesaikan persamaan transpor neutron antara lain metode S_N , P_N , Monte Carlo, *Collision Probability Method* (CPM) dan *Method of Characteristic* (MOC).

Dari sekian banyak metode penyelesaian persamaan transpor, maka dalam penelitian ini akan digunakan MOC dalam keadaan homogen dan tidak homogen pada bahan bakar U-235 dan U-238 yang berbentuk *slab*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menghitung nilai matriks P_{ij} dan distribusi fluks menggunakan MOC dalam sel bahan bakar berbentuk *slab*. Penelitian ini menggunakan MATLAB R2013a sebagai alat bantu dalam melakukan perhitungan dan memvisualisasikan bentuk dari grafik hubungan antara fluks neutron dengan *region* yang terdapat pada *slab*.

1.1 Persamaan Transpor Neutron *Integro- Diferensial*

Untuk menghitung persamaan transpor neutron, maka diperlukan penampang lintang makroskopik dan mikroskopik. Penampang lintang jenis x merupakan luasan karakteristik yang sebanding dengan probabilitas bahwa suatu peristiwa jenis x yang dialami oleh suatu inti akan terjadi. Jenis reaksi x tersebut dapat berupa hamburan (*scattering*), penangkapan radiasi (*radiative capture*), penyerapan (*absorption*), fisi (*fission*) dan reaksi lain (n,y) . Biasanya penampang lintang mikroskopik diukur dengan menggunakan satuan barn ($1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ cm}^2$) (Sekimoto, 2007).

Pada penelitian ini, terdapat 2 parameter masukan penampang lintang yaitu penampang lintang total dan penampang lintang hamburan. Penampang lintang total dikurangi dengan

penampang lintang hamburan didefinisikan sebagai penampang lintang *removal* yang menggambarkan probabilitas sebuah neutron akan dipindahkan ke grup energi g akibat adanya tumbukan (Duderstadt dan Hamilton, 1976). Menurut Duderstadt dan Hamilton (1976), persamaan transpor neutron *Integro-Diferensial* adalah :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \nabla \psi + \Sigma_t \psi(\vec{r}, \bar{\Omega}, E, t) = \int_0^{\infty} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\vec{r}, \bar{\Omega} \cdot \bar{\Omega}', E' \rightarrow E) \psi(\vec{r}, \bar{\Omega}', E', t) + s_m \quad (1)$$

Dimana v merupakan kecepatan partikel (m/s), ψ merupakan fluks angular ($\text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{eV}^{-1} \text{s}^{-1}$), Σ_t merupakan penampang lintang total makroskopis (cm^{-1}), Σ_s merupakan penampang lintang hamburan (cm^{-1}), t adalah waktu (s), Ω adalah vektor arah sudut sebelum dipindahkan ke grup energi g (sr), Ω' adalah vektor arah sudut setelah dipindahkan ke grup energi g (sr), E merupakan energi neutron sebelum dipindahkan ke grup energi g (eV), E' merupakan energi neutron setelah dipindahkan ke grup energi g (eV) dan s_m merupakan sumber internal.

1.2 Persamaan Integral Transpor dalam geometri Slab

Integral transpor merupakan salah satu cara penyelesaian dan analisis perilaku neutron di dalam reaktor. Selain itu berguna juga untuk mengetahui fluks skalar dan merupakan penyelesaian dari CP (Duderstadt dan Hamilton, 1976). Hal pokok dan unik pada penyelesaian integral transpor yaitu aspek kebergantungannya pada arah angular lebih sulit diselesaikan secara analitik karena variabel energi menjadi sangat kompleks, tetapi variabel energi mendapatkan penanganan lebih cepat pada metode numerik pada kasus homogen karena hasil yang diperoleh merupakan nilai skalarnya, tanpa bergantung pada arah pergerakan neutron tersebut. Fluks skalar dalam *slab* dapat dihitung menggunakan rumus:

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \frac{1}{2} E_1(\tau(x, x')) Q(x') \quad (2)$$

Dengan ϕ merupakan fluks skalar, Q merupakan densitas emisi ($\text{cm}^{-3} \text{sr}^{-1} \text{eV}^{-1} \text{s}^{-1}$), $E_1(\tau(x, x'))$ merupakan fungsi integral eksponen, yang mana $E_1(\tau(x, x')) = \int_1^{\infty} \lambda d\lambda \frac{1}{\lambda} e^{-\tau(\bar{x}, \bar{x})}$.

Fungsi integral eksponen bisa dipanggil secara langsung pada MATLAB R2013B dan τ merupakan panjang lintasan optik (*optical pathlength*) yang memenuhi:

$$\tau(\vec{r}, \vec{r} - p\bar{\Omega}) = \int_0^p \Sigma_t(\vec{r} - p'\bar{\Omega}) dp' \quad (3)$$

Matriks P_{ij} merupakan kemungkinan neutron lahir secara seragam dalam *region j* pada saat terjadinya tumbukan pertama dalam *regioni*

1.3 Method of Characteristic (MOC)

MOC merupakan metode transpor neutron yang memiliki kesamaan dengan CP (Stacey, 2001). Dalam MOC, persamaan transpor neutron diselesaikan sebagai garis – garis lurus pada diskritisasi sudut spasial. Garis – garis tersebut dianggap sebagai lintasan neutron mewakili operator diferensial yang dalam persamaan transpor neutron menjadi diferensial total. Garis – garis tersebut dikenal sebagai karakteristik sistem. Geometri domain yang diinginkan dibagi – bagi menjadi zona – zona fluks rata (*flat flux zones*), dimana sifat – sifat materialnya diasumsikan seragam.

Fluks angular yang keluar pada tiap – tiap bagian garis, selanjutnya dihitung dengan mengintegrasikan bentuk diferensial persamaan transpor mulai dari fluks datang sampai ke sumber. Implementasi MOC memerlukan jejak sinar (*ray tracing*) untuk membentuk pelacakan

sinar (*ray tracking*) yang ditinjau pada sejumlah sudut yang berbeda. Sekali pelacakan berhasil ditemukan, persamaan transpor neutron dapat diselesaikan dalam bentuk fluks anguler pada tiap – tiap bagian tampang lintang konstan hasil pelacakannya (Postma dan Vujic, 1999).

Pada kasus *slab*, penyelesaian persamaan transpor neutron menggunakan MOC dapat diselesaikan dengan pendekatan pertama transpor neutron sebagai partikel titik dengan penambahan faktor bobot (*wt*) dan arah penjalaran (*mu*) sebagai bentuk dari garis – garis karakteristik pada MOC. Sehingga persamaan P_{ij} untuk MOC adalah :

$$P_{ij} = \frac{1}{2\Sigma_i'\Delta_i'} \left(E_3(\tau_{ij} \cdot \{mu_i \cdot wt_i\}) - E_3(\tau_{ij} \cdot \{mu_i \cdot wt_i\} + \Delta_i \Sigma_i) - E_3(\tau_{ij} \cdot \{mu_i \cdot wt_i\} + \Sigma_i' \Delta_i') + E_3(\tau_{ij} \cdot \{mu_i \cdot wt_i\} + \Delta_i \Sigma_i + \Sigma_i' \Delta_i') \right) \quad (4)$$

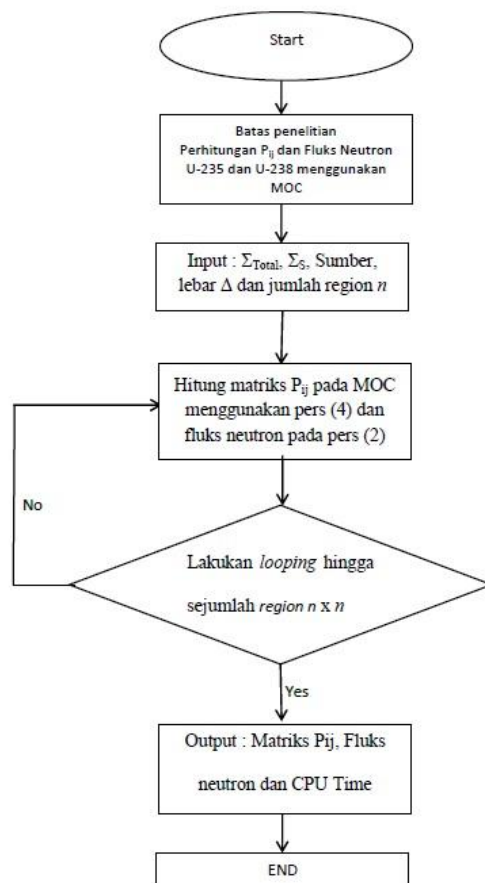
, $i = j$

dengan $\tau_{ij} = \begin{cases} \tau(x_{i+1/2}, x_{j+1/2}) & j > i \\ \tau(x_{i+1/2}, x_{j+1/2}) & j < i \end{cases}$

dengan Δ merupakan lebar *region* (cm^{-1}), τ adalah panjang lintasan optik (cm^{-1}), faktor bobot (*wt*) dan arah penjalaran (*mu*).

II. METODE

Penelitian ini menggunakan *notebook* dengan spesifikasi Intel ® Core 2 Duo CPU T6600 2,20 GHz dengan RAM 2 GB. Kerangka kerja yang digunakan adalah teori transpor neutron menggunakan MOC dengan bersumber pada literatur utama. Karena penelitian ini sifatnya studi literatur, maka komputasi hanya sebagai alat bantu dalam penelitian ini.



Gambar 1 Flowchart Program Menghitung P_{ij} dan fluks

Dalam melakukan penelitian ini digunakan 2 metode yaitu :

1. Studi literatur dan deskriptif analitis, dengan mempelajari mengenai berbagai konsep dan persamaan yang diperlukan dalam studi dan analisis persamaan transpor neutron.
2. Menggunakan MATLAB untuk menghitung matriks P_{ij} dan menampilkan distribusi fluks neutron antar *region* di dalam *slab*

Gambar 1 merupakan *flowchart* program yang digunakan untuk menghitung matriks P_{ij} dan fluks neutron pada *slab* menggunakan MOC.

III. HASIL DAN DISKUSI

3.1 Perhitungan Matriks P_{ij} pada Bahan Bakar U-235 dan U-238 Berbentuk Slab

Dalam kasus sel bahan bakar U-235 dan U-238 dalam keadaan homogen, besar matriks P_{ij} disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2. Terlihat bahwa elemen diagonal (P_{11} , P_{22} , P_{33} , P_{44} , P_{55} dan P_{66}) bernilai sama dan paling besar. Sedangkan Tabel 3 merupakan data penelitian dari Mtsetfwa (2012) untuk nilai P_{ij} bahan bakar U-235 yang homogen dengan jumlah *region* 4. Terlihat pada Tabel 1 hingga Tabel 3, bahwa nilai P_{ij} maksimum tiap *region* terletak pada elemen diagonalnya. Selain daripada elemen diagonal terdapat pasangan nilai P_{ij} yang sama seperti P_{12} dengan P_{21} , P_{34} dengan P_{43} dan lain – lainnya, dengan syarat subskrip $i \neq j$. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh Mtsetfwa (2012).

Tabel 1 Nilai P_{ij} U-235 menggunakan MOC homogen

Pij	1	2	3	4	5	6
1	0,6730	0,1451	0,0184	0,0034	0,0007	0,0002
2	0,1451	0,6730	0,1451	0,0184	0,0034	0,0007
3	0,0184	0,1451	0,6730	0,1451	0,0184	0,0034
4	0,0034	0,0184	0,1451	0,6730	0,1451	0,0184
5	0,0007	0,0034	0,0184	0,1451	0,6730	0,1451
6	0,0002	0,0007	0,0034	0,0184	0,1451	0,6730
Total	0,8408	0,9857	1,0034	1,0034	0,9857	0,8408

Tabel 2 Nilai P_{ij} U-238 menggunakan MOC homogen

Pij	1	2	3	4	5	6
1	0.673	0.1451	0.0184	0.0034	0.0007	0.0002
2	0.1451	0.673	0.1451	0.0184	0.0034	0.0007
3	0.0184	0.1451	0.673	0.1451	0.0184	0.0034
4	0.0034	0.0184	0.1451	0.673	0.1451	0.0184
5	0.0007	0.0034	0.0184	0.1451	0.673	0.1451
6	0.0002	0.0007	0.0034	0.0184	0.1451	0.673
Total	0.8408	0.9857	1.0034	1.0034	0.9857	0.8408

Tabel 3 Data penelitian Mtsetfwa (2012) bahan bakar U-235 4 *region*

Pij	1	2	3	4
1	0.59954	0.23412	0.10163	0.06471
2	0.23412	0.46707	0.19718	0.10163
3	0.10163	0.19718	0.46707	0.23412
4	0.06471	0.10163	0.23412	0.59954
Total	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000

Jika dibandingkan dengan referensi yang digunakan, nilai P_{ij} pada arah diagonal untuk kasus 6 *region* lebih besar dibandingkan kasus 4 *region*. Hal ini dikarenakan besarnya fluks skalar dan nilai P_{ij} bergantung terhadap variabel input berupa jenis bahan bakar, metode perhitungan, lebar *region*, jenis penampang lintangnya, arah penjalaran neutron, bobot dan jumlah bahan bakar yang digunakan. Besarnya fluks skalar yang diperoleh berbanding lurus dengan jumlah bahan bakar yang digunakan dan nilai dari penampang lintang hamburannya,

karena penampang lintang hamburan menyebabkan neutron terhambur tanpa diabsorpsi atau keluar dari *slab*.

Selanjutnya pada metode MOC, ada terdapat beberapa *region* yang memiliki P_{ij} totalnya besar dari pada 1. Hal ini tidak sesuai dengan definisi dari matriks P_{ij} yang merupakan probabilitas terjadinya tumbukan.

Tabel 4 Nilai P_{ij} U-235 menggunakan MOC tidak homogen

Pij	1	2	3	4	5	6
1	0,467906	0,175965	0,023342	0,002687	0,000193	3,18E-06
2	0,358259	0,639461	0,131771	0,010764	0,000711	1,11E-05
3	0,067172	0,186249	0,718691	0,113855	0,004905	6,65E-05
4	0,009416	0,018522	0,138618	0,759832	0,077679	0,000634
5	0,001086	0,001964	0,009589	0,124733	0,842605	0,041347
6	3,45E-05	5,91E-05	0,000251	0,001964	0,079838	0,917264
Total	0,903874	1,02222	1,022262	1,013835	1,005931	0,959326

Tabel 5 Nilai P_{ij} U-238 menggunakan MOC tidak homogen

Pij	1	2	3	4	5	6
1	0.502862	0.155689	0.014744	0.000916	3.07E-05	1.6E-07
2	0.322644	0.678072	0.107499	0.004534	0.000138	6.8E-07
3	0.048693	0.171312	0.777035	0.090792	0.001665	7.01E-06
4	0.003707	0.008854	0.111251	0.813659	0.058516	0.000132
5	0.000202	0.000438	0.003317	0.095146	0.882514	0.031492
6	1.98E-06	4.05E-06	2.61E-05	0.000402	0.058982	0.937012
Total	0.87811	1.014369	1.013872	1.005449	1.001846	0.968644

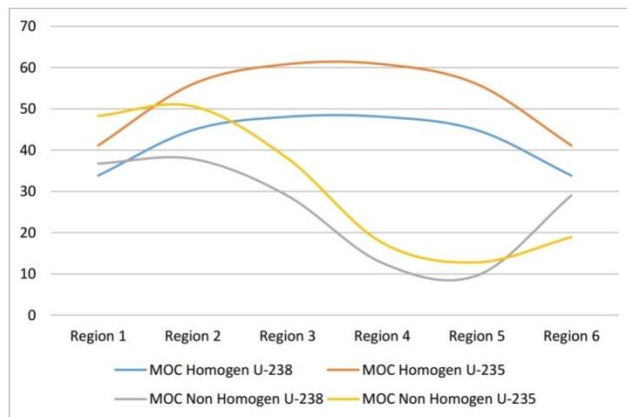
Tabel 4 dan Tabel 5 merupakan matriks P_{ij} menggunakan MOC pada sel bahan bakar U-235 dan U-238 pada kasus tidak homogen. Besarnya fluks neutron pada kasus tidak homogen bergantung pada besarnya penampang lintang hamburan dan penampang lintang *removal* pada tiap *region*. Semakin besar nilai penampang lintang hamburan maka fluks neutron pada tiap *region* juga semakin besar begitupun sebaliknya, kemudian untuk penampang lintang *removal*, semakin besar nilai penampang lintang *removal* maka akan semakin kecil nilai fluks skalar pada *region* tersebut karena penampang lintang *removal* menyebabkan neutron berpindah ke *region* selanjutnya tanpa mengalami proses hamburan.

3.2 Perhitungan Fluks Neutron pada Sel Bahan Bakar U-235 dan U-238 Berbentuk Slab

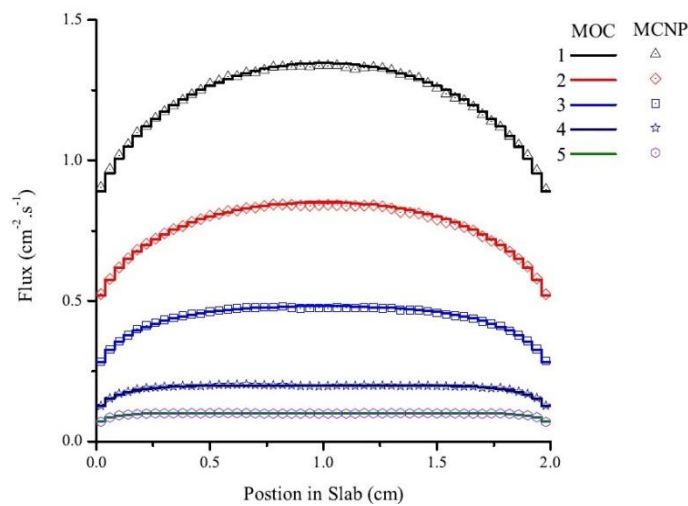
Pada perhitungan fluks neutron pada sel bahan bakar nuklir U-235 dan U-238, terlihat bahwa besarnya fluks skalar bergantung pada penampang lintang *removal* dan penampang lintang hamburan. Semakin besar nilai penampang lintang *removal* maka akan semakin kecil nilai fluks skalar pada *region* tersebut, karena penampang lintang *removal* menunjukkan probabilitas neutron akan dipindahkan grup energi *g* akibat adanya tumbukan. Semakin besar nilai penampang lintang *removal* maka akan semakin banyak neutron yang dipindahkan ke *region* selanjutnya, begitupun sebaliknya.

Sedangkan penampang lintang hamburan menunjukkan besarnya neutron yang terhambur tanpa diabsorpsi atau menuju ke luar *slab*. Semakin besar nilai penampang lintang hamburan maka akan semakin kecil besar fluks skalarnya, begitupun sebaliknya semakin kecil nilai penampang lintang hamburan maka akan semakin kecil fluks skalarnya.

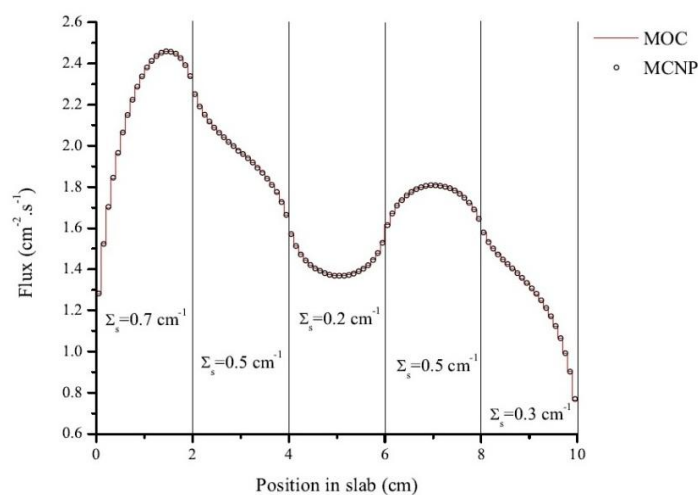
Gambar 2 merupakan distribusi fluks neutron pada sel bahan bakar U-235 dan U-238 pada keadaan homogen dan tidak homogen menggunakan MOC di dalam *slab*. Terlihat bahwa pada sel bahan bakar nuklir U-235, fluks skalar pada masing – masing *region* lebih besar dibandingkan sel bahan bakar U-238. Hal ini dikarenakan penampang lintang hamburan U-235 lebih besar dari pada penampang lintang hamburan U-238. Selain itu pola distribusi fluks pada keadaan homogen sesuai dengan referensi yang dijadikan rujukan dibandingkan pada keadaan tidak homogen.



Gambar 2 Distribusi fluks di dalam *slab* pada bahan bakar U-235 dan U-238 menggunakan *Method of Characteristic* (MOC)



Gambar 3 Distribusi fluks neutron di dalam *slab* menggunakan MOC dari berbagai grup energi dalam keadaan homogen (Karriem, 2012)



Gambar 4 Distribusi fluks skalar pada *slab* menggunakan MOC dalam keadaan heterogen (Karriem, 2012)

Gambar 3 dan Gambar 4 merupakan penelitian yang dilakukan oleh Karriem (2012) pada sel bahan bakar U-235 pada keadaan homogen dan tidak homogen menggunakan MOC dan MCNP. Menurut Karriem (2012) besarnya fluks skalar pada tiap *region* bergantung pada jenis bahan bakar, metode perhitungan, besar penampang lintang dan jumlah bahan bakar

IV. KESIMPULAN

Nilai fluks skalar dan P_{ij} bergantung pada nilai penampang lintang total masing – masing *region*, jenis bahan bakar, jumlah *region*, lebar *region* dan parameter masukan lainnya (untuk MOC ditambah dengan arah penjaralan neutron dan bobot).

Nilai P_{ij} U-238 lebih kecil dibandingkan U-235. Hal ini dikarenakan besarnya fluks skalar dan nilai P_{ij} bergantung terhadap variabel input seperti penampang lintang hamburan dan penampang lintang *removal*. Semakin besar nilai penampang lintang hamburan maka akan semakin besar fluks neutron pada *region*, begitupun sebaliknya karena penampang lintang hamburan menyebabkan neutron terhambur tanpa diabsorpsi atau keluar dari *slab*. Kemudian, semakin besar nilai penampang lintang *removal* maka akan semakin kecil nilai fluks skalar pada *region* karena penampang lintang *removal* menunjukkan probabilitas sebuah neutron akan dipindahkan grup energi gakibat adanya tumbukan.

Distribusi fluks skalar pada sel bahan bakar homogen dan yang tidak homogen mempunyai pola distribusi yang sama dengan hasil yang diperoleh dari referensi. Pada bahan bakar homogen, fluks skalar maksimum berada pada bagian tengah *slab* atau pada *region* yang terletak di tengah *slab*.

DAFTAR PUSTAKA

- Duderstadt, J.J. dan Hamilton, L.J., 1976, *Nuclear Reactor Analysis*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Forget, B., 2013. *Neutron Interaction and Applications*. Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts
- Garis, N., 1991, *Numerical Solutions of the one speed neutron transport equation in two medium slabs and sphere*, Institutionen for Reactorfysic Chalmers Tekniska Hogskola, Swedia.
- Golberg, J.L. dan Leonard, V.A., 1995, "The Method of Characteristics in general geometry," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 73, 173
- Gumow, G., Tramm, J., Forget, B., Smith, K., 2015, *SimpleMOC – A Performance Abstraction for 3D MOC*, ANS MC2015. American Nuclear Society.
- Hoffman, A.J., 2013, A Time-Dependent Method of Characteristics Formulation with Time Derivative Propagation, *Disertasi*, University of Michigan
- Karriem, Z., 2012, Development of the Method of Characteristics for embedded lattice Physics Calculations, *Disertasi*, Pennsylvania State University
- Krane, K.S. 1988. *Introductory Nuclear Physics*. New York: John Willey & Sons.
- Mtsetfwa, S.M., 2012, A One-dimensional multi-group collision Probability Code for Neutron Transport Analysis and Criticality Calculations, *Disertasi*, North-West University, Potchefstroom
- Postma, T.A., dan Vujic, J., 1999, *The Method of Characteristics in General Geometry with Anhomogen Scattering*, International Conference on Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications, Madrid.
- Shafii, M.A. dan Su'ud, Z., 2007, Study of Development Homogenization Code Using General Geometry Approach, *Proceeding of International Conference on Advanced Nuclear Sciences and Engineering*, ITB-TokyoTech, Bandung.
- Shafii, M.A. dan Su'ud, Z., 2012, Nuclear Fuel Cell Calculation Using Collision Probability Method with Linear Non Flat Flux Approach, *World Journal of Nuclear Science and Technology*. No 2. Hal: 49-53
- Shafii, M.A., 2013, *Solution Methods of Neutron Transport Equation in Nuclear Reactor*, *Jurnal Ilmu Dasar*. Vol 14 No 2. Hal: 59-65
- Stacey, W., M., 2001, *Nuclear Reactor Physics*, John Wiley & Son, NY.
- Yamamoto, A., Tabuchi, M., Sugimura, N., 2007, Derivation of Optimum Polar Angle Quadrature Set for the Method of Characteristics Based on Approximation Error for the Bickley Function, *Journal of NUCLEAR SCIENCE and TECHNOLOGY*, Vol 44, No 2, p.129-136