

## PENGGUNAAN TRANSFORMASI WAVELET UNTUK MENGANALISIS OSILASI INTRAMUSIMAN CURAH HUJAN DI KOTOTABANG

**Poltak Sandro Rumahorbo, Marzuki**

Jurusan Fisika Universitas Andalas

E-mail: marzuki@fmipa.unand.ac.id

### ABSTRAK

Transformasi wavelet telah digunakan untuk menganalisis osilasi intramusiman (Madden-Julian Oscillation-MJO) curah hujan harian selama 11 tahun (2002-2012) yang terekam oleh Optical Rain Gauge di Kototabang, Sumatera Barat, Indonesia dengan tiga mother wavelet, yaitu Mexican Hat, Morlet, dan Paul. Berdasarkan global spektrum, ketiga mother memperlihatkan periode osilasi intramusiman yang tidak konstan setiap tahunnya. Mexican Hat memperlihatkan time series spektrum rata-rata yang lebih mendekati pola indeks MJO, tetapi periode MJO dari global spektrumnya melebihi periode dominan MJO pada literatur (40-60 hari). Untuk periode osilasi, Morlet memberikan hasil yang lebih mendekati literatur. Dengan demikian, tidak ada mother yang paling optimum dalam memodelkan MJO. Hasil penelitian ini memperlihatkan kelemahan transformasi wavelet untuk memodelkan osilasi yang relatif singkat. Untuk osilasi ini, spektrum global dari data pengamatan yang panjang tidak mampu memperlihatkan periode osilasi karena keberadaan osilasi musiman dan tahunan akan mendominasi sehingga menekan osilasi intramusiman. Osilasi intramusiman lebih jelas terlihat ketika data dipersingkat misalnya per tahun. Kata kunci : transformasi wavelet, Kototabang, curah hujan, MJO

### ABSTRACT

*Wavelet transform had been used to analyze the intraseasonal oscillation (Madden Julian Oscillation, MJO) of rainfall data that collected by an Optical Rain Gauge along 11 years (2002-2012) at Kototabang, West Sumatera, Indonesia with three mother wavelet (Mexican Hat, Paul, dan Morlet). The global spectrum of the three mothers showed that the oscillation period was not constant every year. The time series of Mexican Hat was more similar to that of MJO index than two other mothers, but its MJO periode of global spectrum was longer than the dominant periode of MJO in the literature (40-60 days). For the oscillation periode, the Morlet provided the result that was closer to literature. Thus, we can not conclude the most optimum mother to model the MJO. This study found a limitation of wavelet transform to analyze high frequency oscillation such as MJO in which global spectrum of long data record can not visualize the periode of such oscillation. This phenomenon was due to the lower frequency oscillation such as seasonal and annual oscillations dominating the global spectrum and suppressing the high frequency oscillation. The high frequency oscillation was more robust when the data period was shorter for example one year.*

*Keywords: wavelet transform, Kotabang, rainfall, MJO*

### I. PENDAHULUAN

Transformasi wavelet merupakan pengembangan dari transformasi fourier yang dirancang untuk menganalisis sinyal non-stasioner yaitu sinyal dengan frekuensi yang berubah terhadap waktu. Transformasi fourier hanya menghasilkan nilai frekuensi dari sebuah sinyal sehingga cocok digunakan untuk mengolah sinyal stasioner. Melalui transformasi wavelet dapat diketahui informasi frekuensi dan waktu dari sebuah sinyal secara bersamaan (Laura, 2011). Contoh penggunaannya adalah untuk menganalisis turbulen di atmosfer (Hudgins dkk., 1993) dan variasi curah hujan (Labat dkk., 2001; Santos dkk., 2003; Markovic dan Koch, 2005; Yueqing dkk., 2005). Ulasan lengkap mengenai penerapan transformasi wavelet dapat ditemukan dalam tulisan Torrence dan Compo (1998) dan Domingues dkk. (2005).

Penerapan transformasi wavelet untuk menganalisis fluktuasi atau osilasi curah hujan sebagian besar adalah untuk osilasi yang waktu berulangnya cukup lama seperti variasi musiman, tahunan dan dekadal. Untuk kawasan tropis, selain osilasi yang berulangnya lama (Saji dkk., 1999; Schott dkk., 2009), osilasi yang lebih pendek seperti osilasi diurnal (Mori dkk.,

2004; Yulishastin, 2012) dan intra-musiman (Tjasyono dan Banu, 2003; Madden dan Julian, 2004; Seto dkk., 2004), juga sangat dominan. Oleh karena itu, di dalam artikel ini akan diuji kemungkinan untuk menggunakan transformasi wavelet dalam mengamati osilasi intramusiman curah hujan di kawasan tropis dengan mengambil studi kasus Kototabang, Sumatera Barat. Osilasi intramusiman yang akan diteliti adalah Madden-Julian Oscillation atau disingkat dengan MJO (Madden dan Julian, 2004). Osilasi ini terjadi selama 30 sampai 90 hari dengan osilasi dominan terjadi 40-60 hari.

Transformasi wavelet memiliki beberapa fungsi dasar, yang dikenal dengan nama *mother wavelet*, yaitu Haar, Mayer, Morlet, Paul dan *Derivative of Gaussian* (DOG). Tiap-tiap *mother wavelet* memiliki keunikan tersendiri dan akan menghasilkan pola sinyal yang berbeda ketika digunakan dengan sinyal masukan (data) yang sama. Banyaknya osilasi curah hujan di kawasan tropis, sangat memungkinkan tidak adanya *mother* tunggal yang dapat digunakan untuk menganalisis semua osilasi tersebut. Oleh karena itu, dari penelitian ini diharapkan akan bisa disimpulkan mana *mother* yang sesuai untuk osilasi yang perulangannya singkat seperti MJO. Pengujian ketiga *mother* akan dilakukan terhadap data curah hujan yang terekam selama 11 tahun (2002-2012) oleh *Optical Rain Gauge* (ORG).

**II. METODE**

Sebagaimana yang disebutkan dalam pendahuluan bahwa penelitian ini menggunakan data sekunder, yaitu data curah hujan yang dihasilkan oleh ORG selama 11 tahun (2002-2012) di Lembaga Penerbangan Antariksa Nasional (LAPAN) Kototabang. Sebagai data pembanding digunakan indeks MJO yang diolah berdasarkan metode yang dikembangkan oleh Wheeler dan Hendon (2004). Berdasarkan pergerakannya MJO terbagi atas 8 fase dan dimulai dari fase 1 (Afrika Timur), fase 2 (Samudera Barat), fase 3 (Indonesia bagian barat), fase 4 dan 5 (Indonesia bagian tengah dan timur), fase 6 dan 7 (Samudera Pasifik), dan fase 8 (Afrika) yang merupakan tempat berakhirnya MJO. Osilasi MJO kuat terjadi bila memiliki nilai indeks > ±1. Untuk Kototabang atau Sumatera secara keseluruhan, curah hujan akan meningkat pada fase 2, 3 dan 4.

Data curah hujan dengan interval 1 menit yang dihasilkan ORG diakumulasikan terlebih dahulu selama satu hari sehingga diperoleh curah hujan harian (mm/hari). Data ini akan dijadikan sebagai input dari transformasi wavelet. Setelah penyiapan input, langkah selanjutnya adalah pengembangan program transformasi wavelet dengan berbasis Matlab. Pada penelitian ini, tahapan pengembangan kode Matlab untuk transformasi wavelet mengikuti kode Matlab yang dibuat oleh Torrence dan Compo (1998) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Penentuan fungsi wavelet yang akan digunakan.  
 Penelitian ini menggunakan tiga fungsi dasar wavelet yaitu Mexican Hat, Morlet dan Paul
2. Penentuan skala yang digunakan.  
 Input transformasi wavelet dalam penelitian ini adalah data harian. Oleh karena itu, skalanya adalah  $\delta t = 1/365$ . Karena data input adalah data curah hujan harian selama 11 tahun, maka jumlah data sebanyak 4018.
3. Jika ingin menggunakan skala lainnya, transformasi wavelet dinormalisasi (N) terlebih dahulu menggunakan persamaan:
4. 
$$= \sum_{k=0}^{N-1} |\psi(s\omega_k)|^2 \tag{1}$$
 dimana s adalah parameter skala dan  $\omega_k$  merupakan frekuensi angular.
5. Nilai dari transformasi wavelet ditentukan menggunakan persamaan:  

$$\hat{s} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \psi(s\omega_k) e^{i\omega_k m \delta t} \tag{2}$$
 dimana  $\delta t$  merupakan interval waktu dan k merupakan indeks frekuensi.
6. Pada transformasi wavelet dikenal juga istilah faktor turunan empiris yang disebut Cone of Influence (COI). Beberapa faktor turunan empiris tersebut adalah faktor rekrontruksi (Cδ), faktor korelasi rata-rata waktu (γ) dan faktor rata-rata skala (δj0). Untuk ketiga *mother* wavelet yang digunakan dalam penelitian ini, nilai COI dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Faktor turunan empiris untuk tiga *mother* wavelet

Nama	$C\delta$	$\gamma$	$\delta_j0$	$\psi_0(0)$
Morlet ( $\omega_0 = 6$ )	0.776	2.32	0.60	$\pi-1/4$
Paul ( $m=4$ )	1.132	1.17	1.5	1.097
Mexican Hatt ( $m = 2$ )	3.541	1.43	1.4	0.867

Setelah mengulang langkah 3-5, kontur spektrum daya wavelet diplot menggunakan Persamaan 3 dan spektrum global wavelet diplot menggunakan Persamaan 4.

$$SD = |W^2(s)| \tag{3}$$

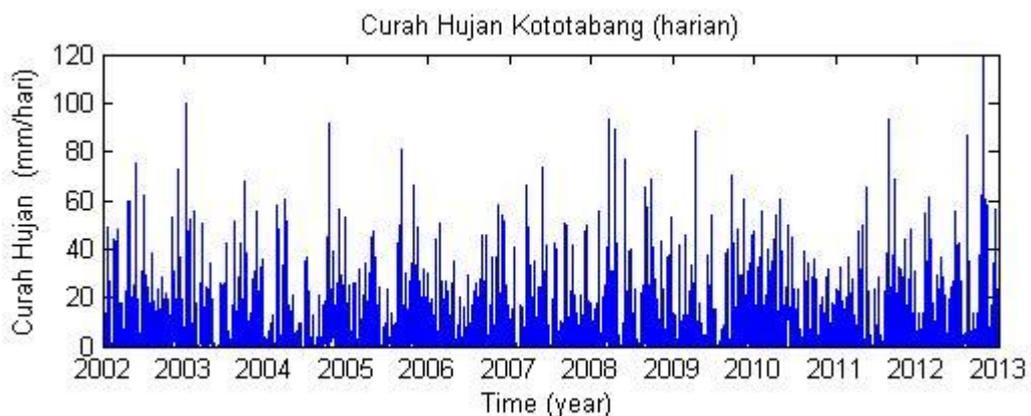
$$W^2(s) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |W_n(s)|^2 \tag{4}$$

Ada beberapa analisis yang dilakukan terhadap hasil pengolahan data. Pertama, perbandingan pola yang dihasilkan oleh spektrum daya, *time series*, dan spektrum global ketiga *mother* wavelet dengan pola sebenarnya (indeks osilasi). Kedua, dari hasil pengolahan data maka dapat ditentukan fenomena atmosfer apa yang paling dominan mempengaruhi curah hujan di Kototabang. Ketiga, penentuan jenis *mother* wavelet yang cocok untuk digunakan untuk mengamati osilasi intramusiman (MJO) pada kawasan ini.

### III. HASIL DAN DISKUSI

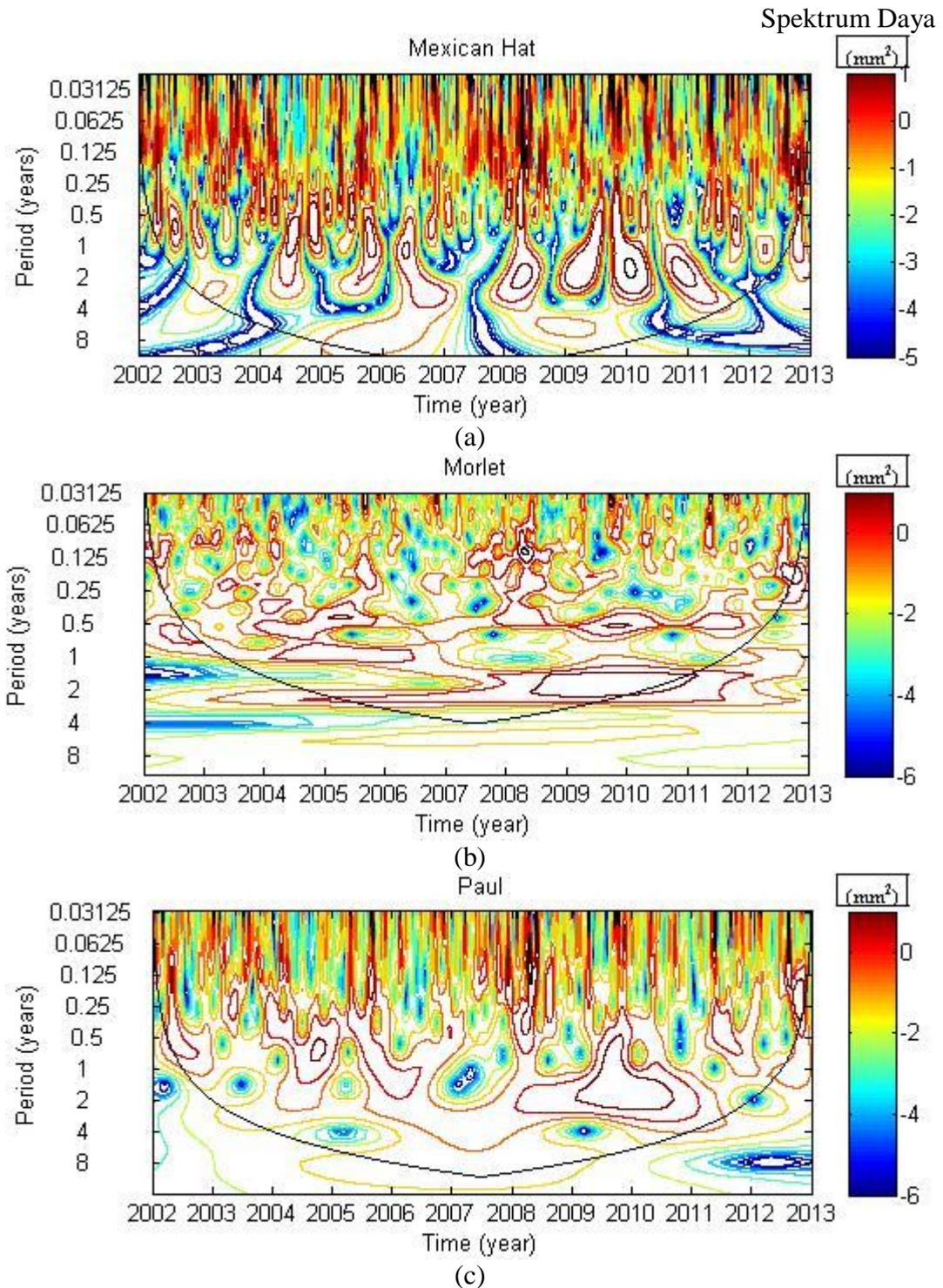
#### 3.1 Gambaran Umum Pola Curah Hujan Kototabang (2002-2012)

Gambar 1 menunjukkan intensitas curah hujan harian selama 11 tahun (2002-2012) di Kototabang. Intensitas curah hujan harian maksimum adalah sekitar 118 mm/hari. Dari 4018 hari pengamatan, 9 hari (0,22%) mempunyai intensitas lebih dari 80 mm/hari, 110 hari (2,74%) dengan intensitas berada pada rentang 40-80 mm/hari, 324 hari (8,06%) dengan intensitas berada pada rentang 20-40 mm/hari, 2420 hari (60,23%) dengan intensitas lebih dari nol dan kurang dari 20 mm/hari, dan 1155 hari (28,75%) dengan intensitas nol (tidak ada hujan).



Gambar 1 Curah hujan Kototabang tahun 2002-2012

Gambar 1 memperlihatkan adanya pola-pola curah hujan dimana jumlah curah hujan terbanyak setiap tahunnya terjadi di akhir hingga awal tahun berikutnya. Selain itu, puncak curah hujan juga teramati pada bulan Maret sampai Mei. Hal ini konsisten dengan penelitian Aldrian dan Susanto (2003) yang menemukan dua puncak curah hujan untuk kawasan Sumatera bagian utara termasuk Sumatera Barat. Dari Gambar 1 osilasi seperti MJO tidak terlihat dengan jelas. Oleh karena itu, penggunaan transformasi wavelet diharapkan akan memudahkan kita mengamati pengaruh osilasi ini terhadap pola curah hujan.



Gambar 2 Tampilan spektrum curah hujan menggunakan mother (a) Mexican Hat, (b) Morlet dan (c) Paul

Gambar 2 menunjukkan *power spectrum* curah hujan dari Gambar 1 menggunakan transformasi wavelet dengan *mother* Mexican Hat, Morlet dan Paul. Sumbu x menyatakan periode osilasi curah hujan. Garis yang berbentuk parabola besarnya ditentukan oleh nilai COI (Tabel 1), dimana garis itu menunjukkan batas nilai yang masih diperhitungkan. Jadi, nilai yang terdapat di luar dari kurva kelengkungan bisa diabaikan karena tidak memberikan efek yang berarti. Sebagaimana disebutkan dalam pendahuluan bahwa osilasi intramusiman (MJO) mempunyai periode 0,082-0,247 tahun (30-90 hari) dan dari Gambar 2 osilasi intramusiman

dapat terlihat dengan ketiga *mother* wavelet. Dari ketiga *mother* terlihat bahwa Mexican Hat merupakan *mother* yang paling jelas menampilkan osilasi ini.

Walaupun power spectrum memperlihatkan bahwa Mexican Hat merupakan *mother* yang dapat menampilkan MJO secara umum, penentuan *mother* yang terbaik memerlukan pengujian lebih lanjut. Berikutnya akan diuji jenis *mother* mana yang cocok digunakan untuk osilasi ini berdasarkan kepada spektrum global dan *time series* serta perbandingan osilasi curah hujan dengan indeks osilasi yang sebenarnya.

### 3.2 *Time series*

Gambar 3 menunjukkan *time series* spektrum wavelet yang dirata-ratakan dalam skala 30-90 hari atau 0,082-0,247 tahun. Pada Gambar 3 (paling kanan) juga ditampilkan indeks MJO. Peningkatan curah hujan di Sumatera (bagian Barat Indonesia) terjadi ketika MJO berada pada fase 2-4 (Wheeler dan Hendon 2004). Karena periodisitas kecil, MJO sulit teramati dari data 11 tahun (Gambar 2). Oleh karena itu, *time series* (Gambar 3) diplot dengan skala waktu yang lebih kecil (per tahun).

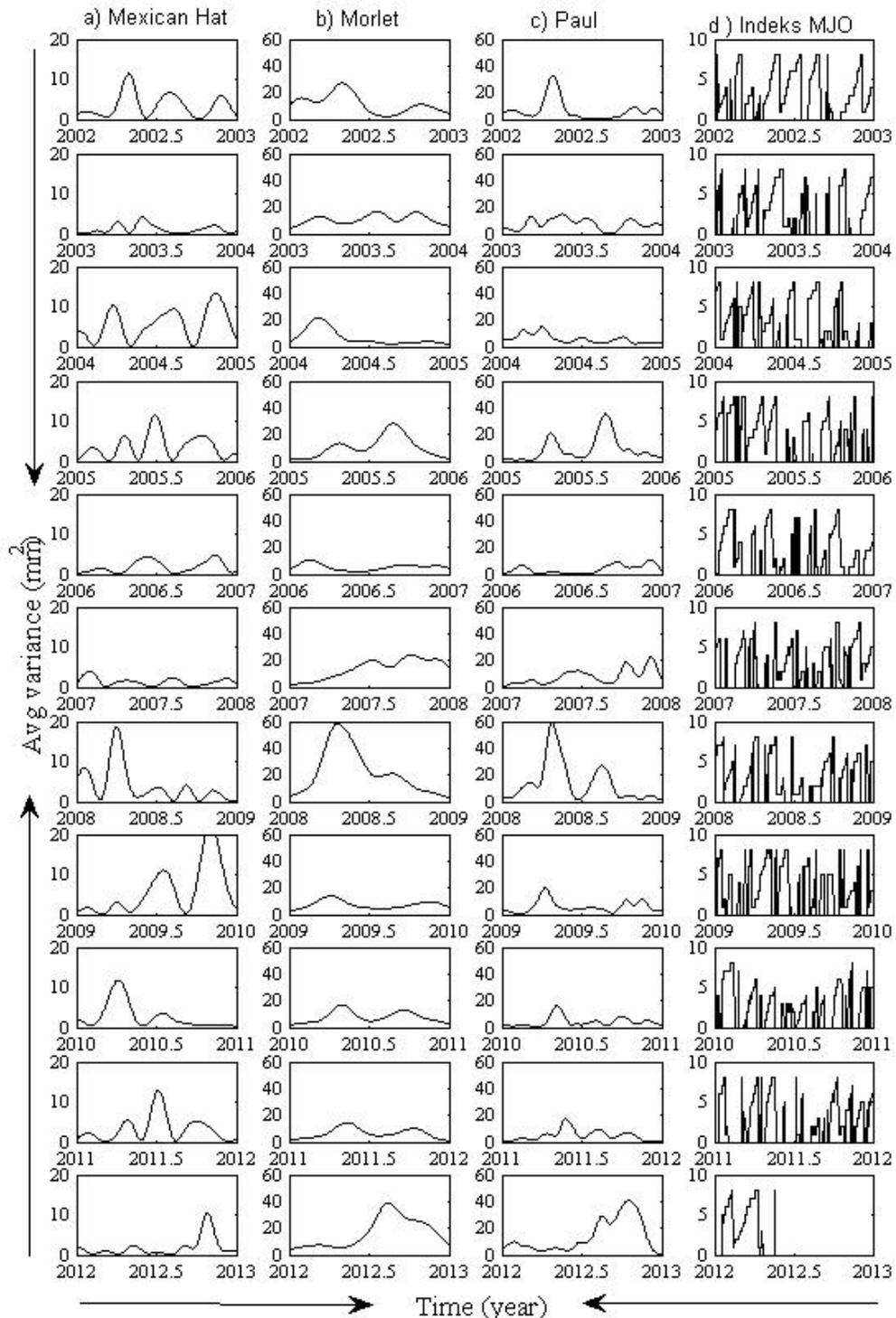
*Mother* Mexican Hat (Gambar 3a) memperlihatkan osilasi MJO mempunyai pola perulangan yang berbeda setiap tahunnya. Osilasi yang kuat terjadi pada tahun: 2002 (April, Juli, dan Desember), 2003 (April, Juni, dan November), 2004 (Januari, Maret, Juli, dan November), 2005 (Februari, April, Juni, dan Juli), 2006 (Juni, November), 2007 (Januari), 2008 (April, Juli, dan September), 2009 (Januari, April, Juli, dan November), 2010 (Januari, April, dan Juli), 2011 (Januari, April, Juni, dan Oktober), dan 2012 (Januari, Mei, September, dan Oktober). Secara umum, dengan menggunakan *mother* Mexican Hat, peningkatan curah hujan di Kototabang (sebagai dampak dari MJO) teramati sebanyak tiga sampai empat kali (bulan) dalam satu tahun, kecuali pada tahun 2007. Tahun ini, hanya bulan Januari saja yang mengalami peningkatan cukup signifikan bila dibandingkan dengan bulan-bulan lainnya.

Penggunaan *mother* Morlet (Gambar 3b) juga memberikan gambaran bahwa osilasi MJO tidak memiliki pola yang konstan setiap tahunnya. Tahun dengan bulan dimana MJO sangat kuat pengaruhnya terhadap jumlah curah hujan adalah 2002 (Januari dan Mei), 2003 (Maret, Juli, Oktober), 2004 (Maret), 2005 (April dan September), 2006 (Januari dan September), 2007 (Juli, Oktober, dan Desember), 2008 (April dan September), 2009 (April dan Desember), 2010 (Mei dan September), 2011 (Juli dan Oktober), dan 2012 (Agustus). Berbeda dengan Mexican Hat, dari *mother* Morlet peningkatan curah hujan oleh MJO hanya teramati dua sampai tiga kali (bulan) saja setiap tahunnya.

*Mother* Paul (Gambar 3c) menunjukkan pola yang sama dengan kedua jenis *mother* sebelumnya, yaitu perulangan osilasi yang tidak konstan setiap tahunnya selama tahun-tahun pengamatan. Pada *mother* ini, dalam satu tahun rata-rata terjadi tiga hingga empat kali peningkatan curah hujan. Peningkatan curah hujan adalah sebagai berikut: 2002 (April, Oktober, dan Desember), 2003 (Maret, Mei, Juli, Oktober, dan Desember), 2004 (Februari, April, Juni, dan September), 2005 (April dan September), 2006 (Februari, September, dan Desember), 2007 (Maret, Juni, Oktober, dan Desember), 2008 (Maret, April, dan Agustus), 2009 (April, Oktober, dan November), 2010 (Maret, Mei, Agustus, dan Oktober), 2011 (April, Juni, Agustus, dan Oktober) dan 2012 (Februari, Juni, Agustus, dan Oktober).

Gambar 3d memperlihatkan fase MJO selama sebelas tahun (2002-2012). Sebagaimana dijelaskan dalam sub-bab 2 bahwa selama fase 2-4 MJO menyebabkan curah hujan yang tinggi di bagian barat Indonesia termasuk Sumatera. Dari Gambar 3d terlihat bahwa MJO hampir terjadi setiap bulan sepanjang tahun (dalam rentang waktu pengamatan) dengan lama waktu bertahan yang berbeda-beda pada setiap fase. Pada tahun 2002, MJO lama bertahan pada bulan Januari, Maret, April, Mei dan November. Sementara di tahun 2003 terjadi pada bulan Januari, Maret, April, Juli, dan Desember. Di tahun 2004, MJO dominan terjadi di bulan Februari, Maret, April, dan Oktober. MJO bertahan lama pada tahun 2005 (Februari, Maret, April, Oktober, dan November), 2006 (Februari, Juli, dan Agustus), 2007 (Februari, Maret, Juni, September, Oktober, November, dan Desember) 2008 (Februari, Maret, April, Oktober, November, dan Desember), 2009 (Maret, Juli, Oktober, dan November), 2010 (Januari, Maret

April, Juni, Juli, Agustus, November, dan Desember), 2011 (Maret, April, September, November, dan Desember). Pada tahun 2012, data indeks MJO yang didapatkan hanya sampai bulan Mei, sehingga pada tahun ini indeks dominan tidak bisa diamati dengan utuh sepanjang tahun.



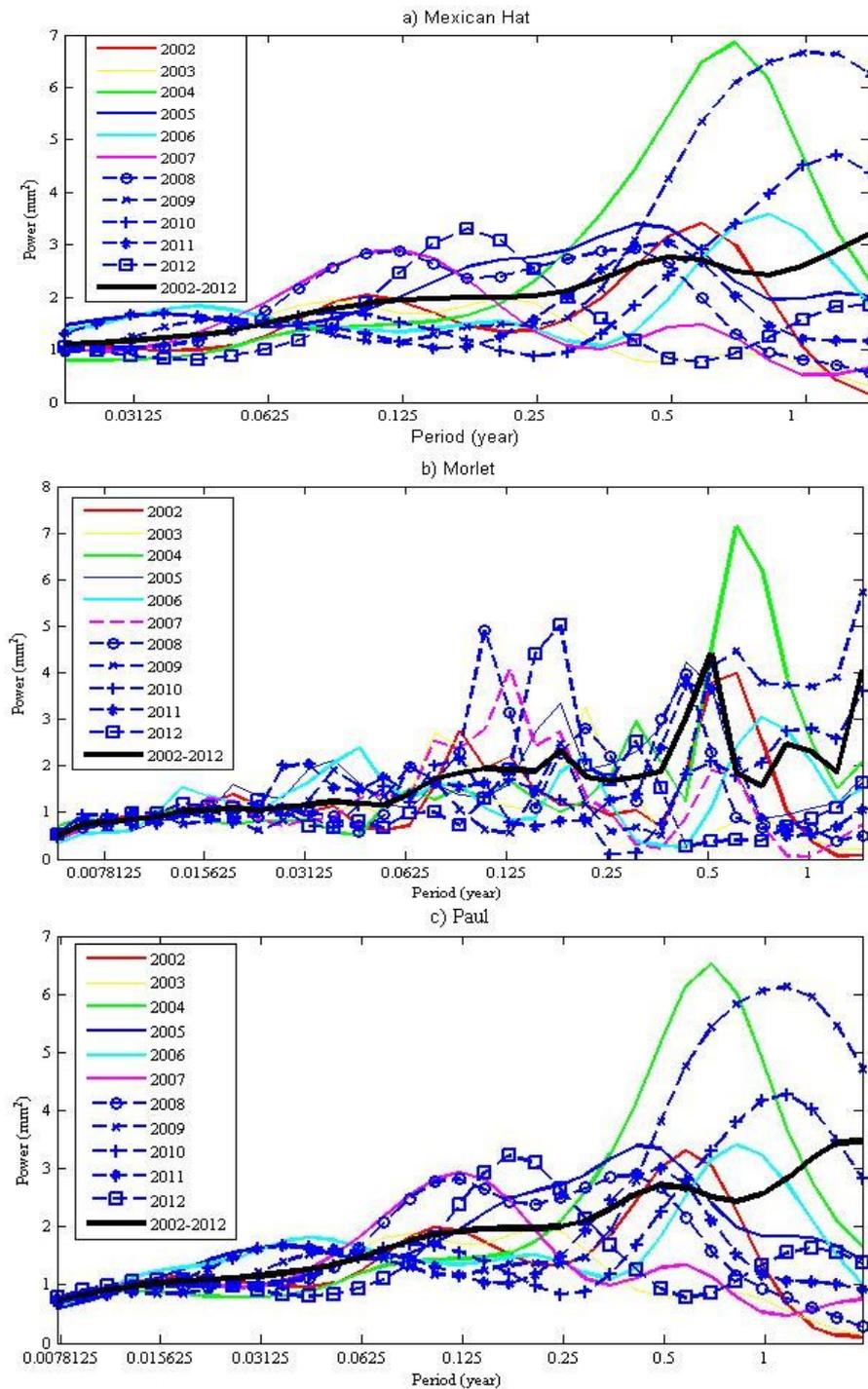
Gambar 3 *Time series* spektrum wavelet yang dirata-ratakan dalam skala 0,082-0,247 tahun (30-90 hari) menggunakan *mother wavelet* (a) Mexican Hat, (b) Morlet dan (c) Paul, serta indeks MJO kuat berdasarkan fasenya.

Dilihat dari pola *time series* dan bila dibandingkan antara ketiga *mother wavelet* dengan indeks MJO (data sebenarnya), maka tidak ada satupun *mother* yang memiliki pola osilasi yang betul-betul sama dengan pola indeks MJO. Perbedaan pola osilasi *time series* ketiga *mother* dengan indeks MJO selama sebelas tahun dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Perbandingan ketiga jenis *mother* dengan indeks MJO

Tahun	Mexican Hat	Morlet	Paul	Indeks MJO
2002	April, Desember, Juli	Januari, Mei, Oktober, Desember	April, Oktober, Desember	Januari, Maret, April, Mei, November
2003	Juni, November, April	Maret, Juli, Oktober	Maret, Mei, Juli, Oktober, Desember	Januari, Maret, April, Juli, Desember
2004	Januari, Maret, Juli, November	Maret	Februari, April, Juni, September	Februari, Maret, April, Oktober
2005	Februari, April, Juni, Juli	April, September	April, September	Februari, Maret, April, Oktober, November
2006	Juni, November	Januari, September	Februari, September, Desember	Februari, Juli, Agustus
2007	Januari	Juli, Oktober, Desember	Maret, Juni, Oktober, Desember	Februari, Maret, Juni, September, Oktober, November, Desember
2008	Januari, April, Juli, September	April, September	Maret, April, Agustus	Februari, Maret, April, Oktober, November, Desember
2009	April, Juli, November	April, Desember	April, November, Oktober	Maret, Juli, Oktober, November
2010	Januari, April, Juli	Mei, September	Maret, Mei, Agustus, Oktober	Januari, Maret, April, November, Desember, Agustus
2011	Januari, April, Juni, Oktober	Juli, Oktober	April, Juni, Agustus, Oktober	Maret, April, September, November
2012	Januari, Mei, September, Oktober	Agustus	Februari, Juni, Agustus, Oktober	Maret (Data indeks hanya sampai Mei)

3.3 Spektrum Global



Gambar 4 Spektrum global wavelet menggunakan mother (a) Mexican Hat, (b) Morlet dan (c) Paul

Gambar 4a menunjukkan spektrum global wavelet menggunakan *mother* Mexican Hat. Dari gambar terlihat bahwa periode osilasi intramusiman (MJO) tidak konstan sepanjang tahunnya. Periode terkuat terjadi selama 0,1875 tahun atau sekitar 68 hari dengan nilai spektrum 3 mm<sup>2</sup> pada tahun 2012. Hasil yang hampir sama dengan *mother* Mexican juga didapatkan oleh *mother* Paul (Gambar 4c), baik untuk periode osilasi, nilai spektrum global wavelet maupun pola yang dibentuk.

*Mother* Morlet (Gambar 4b) juga memperlihatkan periode osilasi MJO tidak konstan sepanjang tahunnya. MJO kuat terjadi di tahun 2008 dengan nilai spektrum sekitar 5 mm<sup>2</sup> pada periode 0,1 tahun (37 hari) dan di tahun 2012 pada periode 0,18 tahun (60 hari) dengan nilai spektrum 5 mm<sup>2</sup>. Pada tahun lainnya tidak terlihat perbedaan nilai spektrum yang terlalu signifikan (nilainya saling mendekati), yaitu sekitar 1-3 mm<sup>2</sup> dengan periode sekitar 0.8-0.9 tahun (30-33 hari).

Secara teori, osilasi MJO memiliki periode paling dominan 40-60 hari (Madden dan Julian, 1971). Dari ketiga spektrum global, maka Morlet merupakan *mother* yang periodenya lebih mendekati teori. Walaupun demikian, pola *time series* dari Morlet sangat berbeda dari indeks MJO (Gambar 3d).

Gambar 4 memperlihatkan satu hal yang sangat berharga dimana untuk osilasi dengan periode yang relatif singkat seperti MJO, penggunaan data pengamatan yang panjang (misalnya 11 tahun) tidak akan memperlihatkan periode osilasi pada spektrum global. Periode MJO dengan data satu tahun lebih jelas terlihat dibandingkan data 11 tahun. Hal ini disebabkan oleh osilasi yang lebih panjang seperti musiman dan tahunan juga terdapat di dalam data. Markovic dan Koch (2005) telah menduga bahwa transformasi wavelet mempunyai resolusi frekuensi yang lebih baik pada skala osilasi yang panjang. Osilasi dengan periode perulangan yang lama akan mempunyai puncak yang lebih tinggi pada spektrum global sehingga akan menekan osilasi yang relatif singkat seperti MJO..

#### IV. KESIMPULAN

Penelitian ini memperlihatkan bahwa tidak ada *mother* wavelet yang paling dominan untuk menggambarkan osilasi intramusiman seperti MJO. Tiga *mother* yang diuji yaitu Morlet, Paul dan Mexican Hat, mempunyai kelebihan dan kekurangan. Mexican Hat memperlihatkan *time series* spektrum rata-rata yang lebih mendekati pola indeks MJO, tetapi periode dari global spektrumnya lebih lama dari periode dominan MJO yang terdapat dalam literatur (40-60 hari). Untuk periode osilasi, Morlet memberikan hasil yang lebih mendekati 40-60 hari. Dari ketiga *mother* yang diuji terlihat bahwa MJO memiliki waktu perulangan yang tidak konstan setiap tahunnya. Penelitian ini juga memperlihatkan bahwa daya dan periode spektrum wavelet sangat bergantung kepada pemilihan *mother*. Oleh karena itu, ketika membandingkan suatu hasil penelitian dengan penelitian lainnya haruslah mempertimbangkan *mother* yang digunakan. Hasil penelitian ini juga membuktikan hipotesis peneliti sebelumnya tentang kelemahan transformasi wavelet. Untuk osilasi dengan periode yang singkat seperti MJO, spektrum global dari data pengamatan yang panjang tidak akan bisa memperlihatkan periode osilasi. Periode MJO dengan data satu tahun lebih jelas terlihat dibandingkan data 11 tahun.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Aldrian, E. dan Dwi, S. R., 2003, Identification of Three Dominant Rainfall Regions within Indonesia and Their Relationship to Sea Surface Temperature, *Int. J. Climatol.*, Vol. 23, Hal. 1435–1452.
- Domingues, M. O., Mendes, O. dan Mendes, A., 2005, On Wavelet Techniques in Atmospheric Sciences, *Advances in Space Research*, Vol. 35, Hal. 831–842.
- Hudgins, L., Friensie C. A. dan Mayer, M., 1993, Wavelet Transforms and Atmospheric Turbulence, *Physics Review Letter*, Vol. 71, No. 20.
- Labat, D., Ababou, R. dan Mangin, A., 2001, Introduction of Wavelet Analyses to Rainfall/Runoffs Relationship for a Karstic Basin: The Case of Licq-Atherey Karstic System (France), *Groundwater*, Vol.39, Issue 4, Hal.605–615.
- Laura, C., 2011. A Wavelet Based Approach for Series Timing, PhD Thesis, Politechnica University of Timisoara and Telecom Bretagne, Timisoara.
- Madden, R. A. dan Julian P. R., 1994, Observations of the 40-50 Day Tropical Oscillation, *Monthly Wheater Review*, Vol. 122, Hal. 814-837.

- Markovic, D. dan Koch, M., 2005, Wavelet and Scaling Analysis of Monthly Precipitation Extremes in Germany in the 20th Century: Interannual to Interdecadal Oscillations and the North Atlantic Oscillation Influence. *Water Resources Research*, Vol.41, Issue 9.
- Mori, S., Hamada, J.I., Tauhid, Y.I. dan Yamanaka, M.D., 2004, Diurnal Land–Sea Rainfall Peak Migration over Sumatera Island, Indonesian Maritime Continent, Observed by TRMM Satellite and Intensive Rawinsonde Soundings, *Monthly Weather Review*, Vol. 132, Hal. 2021-2039.
- Saji, N. H., Goswami, B. N., Vinayachandran, P.N. dan Yamagata, T., 1999, A Dipole Mode in the Tropical Indian Ocean, *Nature*, Vol. 401, Hal. 360-363.
- Santos, C. A. G., Galvão, C. O. dan Trigo, R. N., 2003, Rainfall Data Analysis Using Wavelet Transform. *Hydrologi of LLie MediterranIan and Semiarid Regions, Proceedings of an International Symposium Held at Montpellier, April 2003, IAHS, Publ. no. 278. 2003.*
- Schoot, F.A., Xie, S.P. and McCreary, J.P., 2009, Indian Ocean Circulation and Climate Variability, *Review Geophysics*, Vol. 47, Hal. 1-46.
- Seto, T.H., Yamamoto, M.K., Hasiguchi, H. dan Fukao, S., 2004, Convective Activities Associated with Intraseasonal Variation over Sumatera, Indonesia, Observed with Equatorial Atmosphere Radar, *Annales Geophysical*, Vol. 22, European Geosciences Union, Hal. 2891-3916.
- Tjasyono, B.Hk. dan Banu, 2003, Dampak ENSO pada Faktor Hujan di Indonesia, *Jurnal Matematika dan Sains*, Vol. 8, No. 1, Hal. 15-22.
- Torrence, C. dan Compo G. P., 1998, A Pratical Guide to Wavelet Analysis, *Bulletin of the American Meteorological Society*, Vol. 79, No. 1, American Meteorological Society, Hal. 61-78.
- Wheeler, M. C. dan Hendon, H. H., 2004, An All Season Real-Time Multivariate MJO Index: Development of An Index for Monitoring and Prediction, *Bureau of Meteorology Research Centre*, Vol 132, Hal 1917-1932.
- Yueqing, X., Shuangcheng, L. dan Yunlong, C., 2005, Wavelet Analysis of Rainfall Variation in the Hebei Plain, *Science in China Ser. D Earth Science*, Vol. 48, No 12, Hal. 2241-2250
- Yulishastin, E., 2012, Mekanisme Hujan Harian Sumatera, *Berita Dirgantara*, Vol. 13 No. 3, Hal. 86-94.

